



TREBALL DE FI DE GRAU

GRAU EN ENGINYERIA ELECTRÒNICA DE TELECOMUNICACIÓ

SENSOR DE MICROONES D'ALTA SENSIBILITAT BASAT EN ESTRUCTURES DE SALT D'IMPEDÀNCIA

Pau Casacuberta Orta

DIRECTORS: Ferran Martín Antolín i Paris Vélez Rasero

DEPARTAMENT D'ENGINYERIA ELECTRÒNICA

UNIVERSITAT AUTÒNOMA DE BARCELONA

Bellaterra, Juliol 6, 2020

Agraïments

Vull agrair a Ferran Martin, a Paris Vélez i a Jonathan Muñoz l'oportunitat que se m'ha brindat per poder treballar amb ells en un camp tant interessant com és el de l'enginyeria de microones, així com el suport i consells rebuts.

També vull agrair a la meva família, i en especial a la meva parella, el suport i ajuda que m'han donat durant el desenvolupament d'aquest treball.

Per últim també agrair als amics, companys d'aula i a la comunitat educativa de la Universitat Autònoma de Barcelona que al llarg de la carrera m'han ajudat a poder completar aquests estudis.

Abstract

This bachelor thesis aims to design, manufacture and validate a non-resonant radio frequency sensor implemented in microstrip technology to determine the dielectric constant of materials using stepped impedance techniques to optimize its sensitivity. After a theoretical study of how the dielectric constant of the material on a transmission line affects the propagation, it is shown how to obtain the appropriate electrical lengths to maximize the sensitivity according to the variations of the characteristic impedance of the sections of the sensing line. Finally, the theoretical results were validated with electrical and electromagnetic simulations and with experimental validation of the sensors designed and implemented in the laboratory by measuring a set of samples of different dielectric constants.

Resumen

Este trabajo final de grado pretende diseñar, fabricar e implementar un sensor de radiofrecuencia no resonante implementado en microstrip para determinar la constante dieléctrica de materiales utilizando técnicas de salto de impedancia para optimizar la sensibilidad del mismo. Después de un estudio teórico de cómo afecta a la propagación la constante dieléctrica del material que se encuentra sobre una línea de transmisión, se demuestra cómo obtener las longitudes eléctricas adecuadas para maximizar la sensibilidad según las variaciones de la impedancia característica de las secciones de la línea de sensado. Finalmente se ha procedido a validar los resultados teóricos con simulaciones eléctricas y electromagnéticas y experimentalmente los sensores diseñados e implementados en laboratorio midiendo un conjunto de muestras de diferentes constantes dieléctricas.

Resum

Aquest treball final de grau pretén dissenyar, fabricar i implementar un sensor de radiofreqüència no ressonant implementat en microstrip per a determinar la constant dielèctrica de materials utilitzant tècniques de salt d'impedància per a optimitzar la sensibilitat d'aquest. Després d'un estudi teòric de com afecta a la propagació la constant dielèctrica del material que es troba sobre un línia de transmissió, es demostra com obtenir les longituds elèctriques adients per a maximitzar la sensibilitat segons les variacions de la impedància característica de les seccions de la línia de sensat. Finalment s'ha procedit a validar els resultats teòrics amb simulacions elèctriques i electromagnètiques i experimentalment els sensors dissenyats i implementats en laboratori mesurant un conjunt de mostres de diferents constants dielèctriques.

Índex

Agraïments	i
Abstract	iii
Resumen	v
Resum	vii
Índex de figures	xvi
1 Introducció	1
1.1 Motivació	2
1.2 Objectius	2
1.3 Organització del document	3
2 Estat de l'Art	5
2.1 Sensors basats en elements ressonants	8
2.1.1 Variació freqüencial	8
2.1.2 Modulació d'acoblament	8
2.1.3 Divisió de freqüència	9
2.1.4 Mode diferencial	9
2.2 Sensors basats en línies de transmissió no ressonants	10
2.2.1 Basats en transmissió	10

2.2.2	Basats en reflexió	11
2.3	Tria de mètode de mesura	11
3	Principis Teòrics	13
3.1	Propagació d'ona electromagnètica	13
3.2	Línia microstrip	14
3.3	Constant dielèctrica efectiva en línies microstrip	15
4	Anàlisi del salt d'impedància	17
4.1	Principi de funcionament	17
4.2	Anàlisi d'un salt d'impedància amb dos impedàncies diferents	21
4.2.1	Taula resum dels casos d'interès	26
4.3	Sensibilitat del sensor respecte el MUT (Material Under Test)	27
5	Simulacions	29
5.1	Simulacions elèctriques	29
5.1.1	Cas sense salt d'impedància	30
5.1.2	Cas A (línia de sensat de 90 graus amb impedància gran)	31
5.1.3	Cas B (línia de sensat de 180 graus amb impedància petita)	32
5.1.4	Cas C (línia de disseny de 90 graus de baixa impedància i línia de sensat de 90 graus amb impedància gran)	33
5.1.5	Cas D (línia de disseny de 90 graus de d'alta impedància i línia de sensat de 180 graus amb impedància petita)	34
5.2	Simulacions Electromagnètiques	35
5.2.1	Cas A (línia de sensat de 90 graus d'alta impedància)	36
5.2.2	Cas C (línia de disseny de baixa impedància de 90 graus en cascada amb una línia de sensat de 90 graus d'alta impedància)	37
6	Validació experimental	39
6.1	Fabricació	39

6.2	Disseny	43
6.2.1	Obtenció de valors teòrics	44
6.2.2	Verificar Amplades	44
6.2.3	Verificar longituds	46
6.3	Validació de sensors	47
6.3.1	Sensors només amb línia d'accés i línia de sensat	48
6.3.2	Simulacions de sensors amb línia d'accés, línia per millorar sensibilitat i línia de sensat	52
6.4	Comentari de Resultats	56
7	Conclusions	59
	Bibliografia	i
8	Annex	iii
8.1	Càlcul exacte de la sensibilitat	iii
8.2	Obtenció de dimensions físiques i gràfiques dels valors teòrics	iii

Índex de figures

2.1	Diagrama del sistema de mesura per plàques paral·leles	5
2.2	Exemple de tècnica de mesura en espai lliure. Configuració de transmissió d'espai lliure de paràmetres S (superior) i una configuració de reflectància d'arc NRL (inferior)	6
2.3	Exemple de tècnica de mesura amb sonda coaxial.	7
2.4	Esquema d'un Split Cilinder Ressonator.	7
2.5	Topologia típica i principi de funcionament dels sensors planars ressonants (a) Variació de freqüència; (b) modulació d'acoblament; (c) divisió de freqüències; (d) mode diferencial.	10
3.1	Propagació d'una ona electromagnètic en diferents medis.	13
3.2	Línia de transmissió Microstrip.	14
3.3	Consideració de la constant dielèctrica efectiva en línies microstrip. [Ste13] . . .	15
4.1	Línia de sensat no adaptada acabada en circuit obert.	17
4.2	Salt d'impedància acabat en circuit obert	21
5.1	Sensor de 90° sense línia de disseny i amb la línia de sensat amb la mateixa impedància que la referència.	30
5.2	Simulació elèctrica d'un cas simple on s'avalua un sensor sense salt d'impedància.	30
5.3	Sensor de 90° sense línia de disseny i amb la línia de sensat amb una impedància més gran que la de referència.	31
5.4	Simulació elèctrica del Cas A on s'avalua un sensor amb un salt d'impedància amb una línia de sensat d'alta impedància	31

5.5	Sensor de 180° sense línia de disseny i amb la línia de sensat amb una impedància més petita que la de referència.	32
5.6	Simulació elèctrica del Cas B on s'avalua un sensor amb un salt d'impedància amb una línia de sensat de baixa impedància	32
5.7	Sensor amb línia de disseny de 90° i d'impedància menor a la de referència i línia de sensat de 90° amb una impedància més gran que la de referència.	33
5.8	Simulació elèctrica del Cas C on s'avalua un sensor amb dos salts d'impedància, una línia de disseny de baixa impedància en cascada amb una línia de sensat d'alta impedància.	33
5.9	Sensor amb línia de disseny de 90° i d'impedància major a la de referència i línia de sensat de 180° amb una impedància més petita que la de referència.	34
5.10	Simulació elèctrica del Cas D on s'avalua un sensor amb amb dos salts d'impedància, una línia de disseny d'alta impedància en cascada amb una línia de sensat de baixa impedància.	34
5.11	Layout d'un sensor de 90° sense línia de disseny i amb la línia de sensat amb una impedància més gran que la de referència.	36
5.12	Simulació elèctrica del Cas B on s'avalua un sensor amb un salt d'impedància amb una línia de sensat de baixa impedància	36
5.13	Layout d'un sensor amb línia de disseny de 90° i d'impedància menor a la de referència i línia de sensat de 90° amb una impedància més gran que la de referència.	37
5.14	Simulació elèctrica del Cas B on s'avalua un sensor amb un salt d'impedància amb una línia de sensat de baixa impedància.	37
6.1	Mostres del substrat Rogers RO4003C amb diferents patrons de perforacions per a reduir la ε_{MUT} , a més forats la ε_{MUT} és més propera a 1.	40
6.2	Mostra de 2 capes de substrat Rogers RO4003C a sobre d'un dels sensors fabricats, assegurat amb cargols de tefló. Això ajuda a reduir l'Air Gap i al posar 2 plaques de substrat s'assegura que el camp estarà contingut en el MUT.	41
6.3	Procés de mesura amb l'analitzador de xarxes.	42
6.4	Determinar a quina freqüència prendre les mesures per a un sensor	43
6.5	Verificació del ample de línia per la línia de sensat de 90 graus a 85 Ω	45
6.6	Sensor de 90° sense línia de disseny sintonitzat per aire. Dimensions (en mm) $W_S = 0.32$ i $l_S = 14.6$	48

6.7	Valors resultants de l'anàlisi teòric, simulat i mesurat del sensor de la figura 6.6.	48
6.8	Sensor de 90° sense línia de disseny sintonitzat per RO4003C. Dimensions (en mm) $W_S = 0.235$ i $l_S = 13.5$.	49
6.9	Valors resultants de l'anàlisi teòric, simulat i mesurat del sensor de la figura 6.8.	49
6.10	Sensor de 180° sense línia de disseny sintonitzat per Aire. Dimensions (en mm) $W_S = 7.8$ i $l_S = 25.2$.	50
6.11	Valors resultants de l'anàlisi teòric, simulat i mesurat del sensor de la figura 6.10.	50
6.12	Sensor de 180° sense línia de disseny sintonitzat per RO4003C. Dimensions (en mm) $W_S = 7.5$ i $l_S = 24.4$.	51
6.13	Valors resultants de l'anàlisi teòric, simulat i mesurat del sensor de la figura 6.12.	51
6.14	Sensor amb línia de disseny de baixa impedància de 90° , amb línia de sensat d'alta impedància i 90° sintonitzat per Aire. Dimensions (en mm) $W_d = 7.5$, $l_d = 12.8$, $W_S = 0.32$ i $l_S = 14.6$.	52
6.15	Valors resultants de l'anàlisi teòric, simulat i mesurat del sensor de la figura 6.14.	52
6.16	Sensor amb línia de disseny de baixa impedància de 90° , amb línia de sensat d'alta impedància i 90° sintonitzat per RO4003C. Dimensions (en mm) $W_d = 7.5$, $l_d = 12.8$, $W_S = 0.235$ i $l_S = 13.5$.	53
6.17	Valors resultants de l'anàlisi teòric, avaluat al punt d'interès, i simulats del sensor de la figura 6.16.	53
6.18	Sensor amb línia de disseny d'alta impedància de 90° , amb línia de sensat de baixa impedància i 180° sintonitzat per Aire. Dimensions (en mm) $W_d = 0.32$, $l_d = 14.6$, $W_S = 7.8$ i $l_S = 25.2$.	54
6.19	Valors resultants de l'anàlisi teòric, avaluat al punt d'interès, i simulats del sensor de la figura 6.18.	54
6.20	Sensor amb línia de disseny d'alta impedància de 90° , amb línia de sensat de baixa impedància i 180° sintonitzat per RO4003C. Dimensions (en mm) $W_d = 0.32$, $l_d = 14.6$, $W_S = 7.5$ i $l_S = 24.4$.	55
6.21	Valors resultants de l'anàlisi teòric, avaluat al punt d'interès, i simulats del sensor de la figura 6.20.	55
6.22	Comparativa entre sensors sintonitzats per aire o per RO4003C, mesurant la fase observada a l'entrada del sensor al mesurar les mostres perforades de la figura 6.1.	57

- 6.23 Comparativa entre sensors sintonitzats per R04003C de línia estreta o ample, mesurant la fase observada a l'entrada del sensor al mesurar les mostres perforades de la figura 6.1. 58
- 6.24 Comparativa entre sensors sintonitzats per R04003C de línia estreta o ample amb línia de disseny de 90°, mesurant la fase observada a l'entrada del sensor al mesurar les mostres perforades de la figura 6.1. 58

Capítol 1

Introducció

Els components dissenyats per a microones s'han utilitzat i es continuen utilitzant en àmbits molt diversos, des de dispositius simples de comunicació fins a serveis militars per satèl·lit, passant per l'estudi de propietats de materials en aquest rang freqüencial (de 300 MHz a 300 GHz). Aquests han estat sempre entre les àrees més actives en la física d'estat sòlid, ciències de materials i enginyeria elèctrica i electrònica.

La caracterització de les propietats dels materials en freqüències de microones té una llarga història que data de principis dels anys cinquanta. Durant les últimes dècades, s'han realitzat avenços importants en aquest camp i s'han desenvolupat i aplicat una gran quantitat de nous mètodes i tècniques de mesura. [Che04]

La possibilitat d'avaluar característiques concretes d'una mostra d'una manera no destructiva i sense la necessitat de modificar aquesta químicament o físicament ha oberta la porta a moltes aplicacions a la indústria, medicina i farmàcia. [Sae12]

La miniaturització i la reducció de costos són factors cada cop més importants a l'hora de dissenyar sistemes de sensat. Això és degut al creixement del IoT (Internet of Things), així com la quarta revolució industrial i la possibilitat de poder tenir nodes simples que tinguin unitats de sensat que generin dades per a ser tractades posteriorment de manera massiva. Aquestes possibilitat d'interconnexió ha disparat l'us de sensors de forma exponencial. La tendència segurament continuarà augmentant amb la implantació del 5G, ja que espera que pugui connectar de manera concurrent molts nodes i aquests normalment equipats amb molts sensors, com en el cas del cotxe autònom. Hi ha moltes tecnologies disponibles per la implementació de sensors, i aspectes diversos com el cost, la mida i la complexitat del sensor, així com el tipus de mesura dictaran la tria del sensor corresponent per cada una de les aplicacions.

Tot i que probablement la tecnologia més estesa en els sensors moderns és l'òptica (per exemple sensors de fibra òptica, sensors basats en làser, sensors químics i biològics portables,

sensors d'imatge, etc.), en els últims anys s'han dedicat esforços importants a la investigació i desenvolupament de sensors de microones, especialment per aplicacions relacionades amb la caracterització i composició de materials, així com la detecció de defectes en mostres. Les microones són molt sensibles a les propietats dels materials amb els quals interaccionen. Per tant, la tecnologia de microones és molt útil per al sensat de materials. [ME20]

Per tant, es poden implementar sensors de microones altament sensibles, robustos, de baix cost, de baix perfil i sense fils basats en les propietats esmentades anteriorment.

1.1 Motivació

Aquest treball de final de grau es centra en el disseny d'un sensor capaç de determinar la permitivitat dielèctrica de materials a partir de la variació de fase del senyal al port d'entrada, amb la peculiaritat de que aprofitant propietats conegudes d'estructures de salt d'impedància es pot augmentar la sensibilitat de manera considerable.

L'element s'implementarà amb línies de transmissió amb tecnologia planar microstrip, aquesta és barata d'implementar, relativament compacta i disponible al laboratori on es vol fabricar.

Actualment hi ha diverses solucions que permeten determinar la constant dielèctrica de materials amb precisió però aquests normalment són de grans dimensions i/o tenen un cost elevat o treballen amb variacions freqüencials que són complexes de mesurar.

1.2 Objectius

Aquest projecte pretén proposar un disseny de sensor que sigui petit, en relació a altres solucions, mantenint una sensibilitat raonablement alta per la seva mida.

Aquest sensor ha de ser capaç de mesurar la constant dielèctrica d'una mostra amb una sensibilitat superior a una línia de transmissió de dimensions semblants implementada en microstrip.

El desenvolupament del disseny del sensor és el principal objectiu, però per arribar a aquest primer és necessari explorar:

- Propietats de les línies de transmissió implementades en microstrip.
- La interacció senyals electromagnètics amb diferents medis.
- Procediments que s'han de seguir per poder passar d'un disseny teòric a un element físic.

- El procés de verificar que l'element fabricat compleix amb els especificacions imposades en l'etapa de disseny.

1.3 Organització del document

Aquest document està format de diferents capítols que tracten els següents temes:

- *Capítol 2 Estat del Art:* Introducció a les diferents tecnologies que s'utilitzen per a estudiar propietats de materials.
- *Capítol 3 Principis Teòrics:* Introducció a termes que són necessaris per al desenvolupament de sensors de microones basats en tecnologia planar.
- *Capítol 4 Anàlisi del salt d'impedància:* Anàlisi a nivell matemàtic de les diferents propietats que s'utilitzen per a aconseguir dissenyar el sensor amb les propietats de sensibilitat desitjades.
- *Capítol 5 Simulacions:* Recull de les diferents simulacions tant elèctriques com electromagnètiques dels circuits dissenyats seguint els principis teòrics dels capítols 3 i 4.
- *Capítol 6 Validació experimental:* Un cop fetes les simulacions es fa la proposta de circuit físic, així com l'afinació dels valors de l'estructura per treballar en entorns reals.
- *Capítol 7 Conclusions:* Capítol final on es comenten els resultats del projecte.

Capítol 2

Estat de l'Art

Podem trobar diferents mètodes de mesura tant en la literatura com al mercat, en concret per la mesura de la constant dielèctrica (ϵ_r) de materials es poden utilitzar diferents tècniques: [Key19]

- Tècniques clàssiques com utilitzar un condensador de plaques paral·leles com a element de mesura: consisteix en preparar una mostra del material entre dues plaques o elèctrodes i aplicant una diferència de potencial entre aquestes mesurar la capacitat d'aquesta construcció. La capacitat observada entre els dos ports (mesura en transmissió) és directament proporcional a la permitivitat dielèctrica i depèn de les dimensions físiques a raó de la equació 2.1 on A és l'àrea de cada una de les plaques i d la separació entre les plaques, com es pot veure a la figura 2.1.

$$C = \frac{\epsilon_r \cdot A}{d} \implies \epsilon_r = \frac{d \cdot C}{A} \quad (2.1)$$

Aquesta tècnica presenta com a principal avantatge: la simplicitat en el disseny i potencial alta sensibilitat si les dimensions són adients. El principal problema d'aquest disseny és que només funciona bé a freqüències baixes, degut a que a altes freqüències apareixen elements paràsits que redueixen la sensibilitat del sensor.

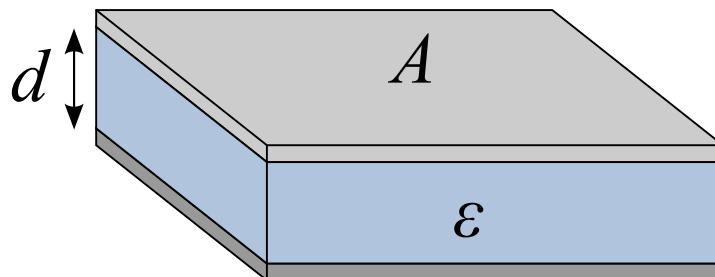


Figura 2.1: Diagrama del sistema de mesura per plaques paral·leles

- El mètode de transmissió en espai lliure utilitza dos antenes que apunten a una mostra plana i s'analitza com ha variat la fase o com s'atenua el senyal. Aquest mètode és a distància i es pot aplicar a materials sotmesos a temperatures elevades i ambients hostils. La figura 2.2 mostra dues configuracions típiques: una configuració de transmissió d'espai lliure de paràmetres S (superior) i una configuració de reflectància d'arc NRL (inferior). Es pot observar clarament que en els dos casos hi els elements tenen 2 ports i s'analitzen el senyal en transmissió d'un port a l'altre.

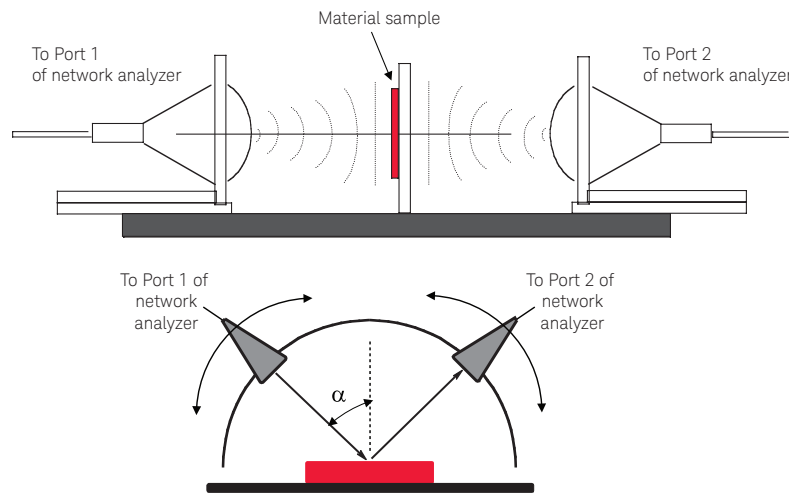


Figura 2.2: Exemple de tècnica de mesura en espai lliure. Configuració de transmissió d'espai lliure de paràmetres S (superior) i una configuració de reflectància d'arc NRL (inferior)

Aquesta tècnica presenta el principal avantatge del no contacte i la no destrucció de la mostra, la possibilitat de treballar a altes freqüències, reduint la mida del sistema, i la possibilitat de fer mesures en ambients d'alta temperatura com forns. El principal problema d'aquest disseny és que la mostra ha de ser gran, plana i homogènia.

- Les sondes basades en coaxials acabats en circuit obert són una altra tècnica per a mesurar la constant dielèctrica. El material es mesura mitjançant la immersió de la sonda en un líquid o tocant-la a la cara plana d'un material sòlid (o en pols). Les línies de camp de la sonda acaben entrant al material per efecte “fringe” i canvien a mesura que entren en contacte amb el MUT (Material Under Test) (figura 2.3). Aquest canvi de medi permet analitzar la ϵ_r del MUT.

Aquesta tècnica presenta el principal avantatge de la facilitat de mesura, degut a que només s'ha de fer contacte amb una sonda al material que es vol mesurar, tampoc destrueix la mesura i tant serveix per a líquids i sòlids i no depèn massa de la geometria del MUT. El principal problema d'aquest disseny és que la sonda i el material han d'estar en un contacte molt proper per a no tenir “Air gap” (capa d'aire entre el sensor i el material, pot afectar a la mesura) entre aquests i fer que la mesura sigui poc exacta, també és important

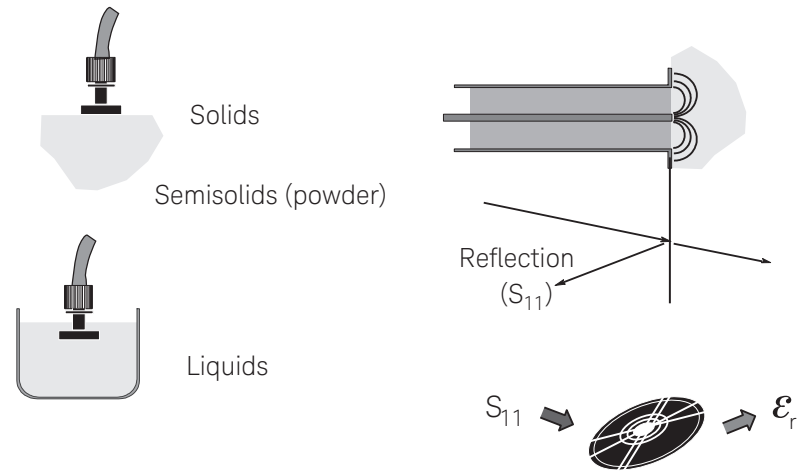


Figura 2.3: Exemple de tècnica de mesura amb sonda coaxial.

que gruix del material sigui suficientment gran com per contenir les línies de camp de la sonda.

- Basats en cavitats ressonants (Split Cilinder Ressonator): Es basa en una guia d'ona acabada en circuit tancat en els dos extrems com mostra la figura 2.4. Això permet treballar en modes TEM purs i s'aconsegueix una precisió molt alta però a un cost elevat. El material que es vol mesurar s'introdueix a la cavitat i fa que canviï la freqüència de ressonància i el factor de qualitat de la cavitat. A partir d'aquests paràmetres es pot arribar a determinar la constant dielèctrica del material.

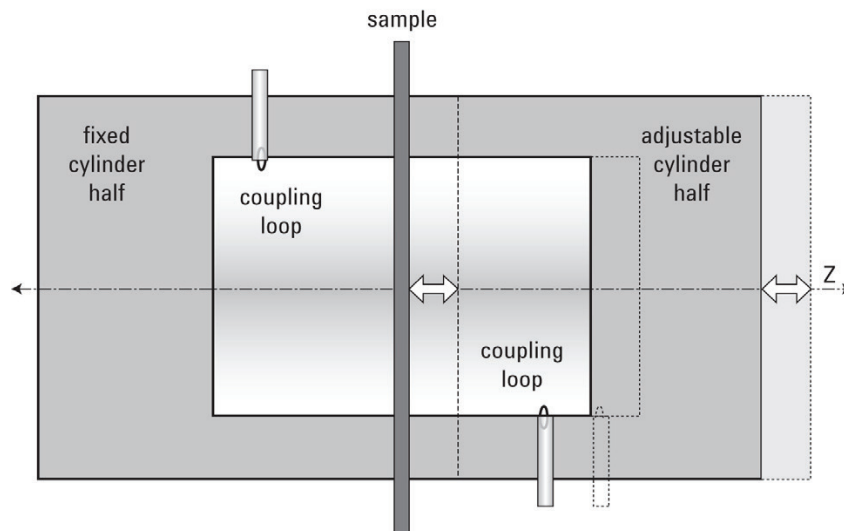


Figura 2.4: Esquema d'un Split Cilinder Ressonator.

Ara bé, aquest treball es centrarà en tecnologies planars, degut a que al ser molt prims tenen

una ampla gamma d'aplicacions en front a cavitats ressonants que necessiten més espai i una preparació de la mostra. I es possible determinar la permitivitat dielèctrica (ϵ_r) de la mostra, degut a que els substrats que s'utilitzen en tecnologia planar acostumen a ser de baixes pèrdues ($\tan \gamma < 0,01$) i la permeabilitat magnètica és molt propera a la del buit ($\mu_r = 1$).

Existeixen diferents tipus de sensors planars que permetin determinar propietats de materials, aquests es poden classificar en: [ME20]

2.1 Sensors basats en elements ressonants

Els mètodes ressonants utilitzen la propietat de freqüència de ressonància en els elements semi-discrets ressonants planars, degut a que ressonen a una freqüència concreta i aquesta depèn del medi que envolta a l'element es poden utilitzar diferents tècniques per a generar sensors que funcionen a partir d'un escombrat en freqüència. Habitualment tenen millor rendiment (sensibilitat) que els mètodes no-ressonants.

2.1.1 Variació freqüencial

Els sensors de variació de freqüència es basen en la variació de la freqüència de ressonància (i eventualment del factor de qualitat) d'un element ressonant, causada per l'element mesurat. La configuració típica d'aquests sensors és una línia de transmissió carregada amb l'element ressonant (ja sigui en contacte o acoblada a ella), com es veu a la figura 2.5a. Degut a que la freqüència de ressonància i el factor de qualitat depenen de la constant dielèctrica del material que l'envolta (l'anomenat material de prova (MUT)). Aquests sensors són molt senzills, però poden estar sotmesos a sensibilitats creuades causades per variacions en factors ambientals, com la temperatura i la humitat, i per tant necessiten calibrat abans del seu ús.

2.1.2 Modulació d'acoblament

Els sensors de modulació d'acoblament pertanyen a la categoria d'estructures simètriques. Aquests sensors s'implementen carregant simètricament una línia de transmissió mitjançant un ressonador simètric (figura 2.5b). La combinació de línia i element de ressonància no ha de ser arbitrària. És a dir, és necessari que el pla de simetria del ressonador i el de la línia siguin de tipus electromagnètic diferent, és a dir, un ha de tenir una paret elèctrica i l'altre ha de tenir una paret magnètica. Per aquest motiu, si es conserva la simetria, s'impedeix l'acoblament de línia al ressonador, el ressonador no és excitat i la línia és transparent, és a dir, la resposta de freqüència no presenta cap pic (falta de ressonància). Tot i així, truncant la simetria (per exemple, mitjançant una càrrega dielèctrica asimètrica o

mitjançant un desplaçament lineal o angular relatiu entre la línia i l'element ressonant), es produeix un acoblament entre línia i ressonador i, en conseqüència, apareix la ressonància. La magnitud del pic (la variable de sortida típica) està determinada pel grau d'acoblament, relacionat amb el nivell d'asimetria. Per tant, la modulació de l'acoblament per interrupció de la simetria és útil per a propòsits de detecció.

2.1.3 Divisió de freqüència

Els sensors de divisió de freqüència combinen els avantatges de les mesures de freqüència (tolerants al soroll) i les propietats de simetria (robustesa davant les sensibilitats creuades). En aquests sensors, una estructura basada en línies de transmissió simètriques es carrega simètricament amb un parell de ressonadors (no necessàriament simètrics) (figura 2.5c). Si es conserva la simetria, es produeix una sol pic en el coeficient de transmissió. Tanmateix, si la simetria es trunca, per exemple, mitjançant una càrrega dielèctrica asimètrica, el pic original es divideix en dos pics separats una distància que depèn del nivell d'asimetria. Així, en els sensors de divisió de freqüència, la variable de sortida és la separació de freqüència i, eventualment, la diferència en la magnitud del pic (es necessiten dues variables, per exemple, per a la mesura de la constant dielèctrica i la tangent de pèrdua de materials). Una debilitat potencial d'aquests sensors és la resolució i sensibilitat limitades si s'acoblen els elements ressonants. Tot i que aquests sensors no són veritables sensors diferencials (en el sentit que no s'utilitzen dos sensors independents), la variable d'entrada i de sortida són normalment diferencials. La constant dielèctrica diferencial o tangent de pèrdua (entre una mostra de referència (REF), o material, i el material que s'està provant (MUT)) és la variable d'entrada, mentre que la diferència freqüencial dels pics i/o magnitud és la variable de sortida natural. A més, es poden utilitzar fàcilment com a comparadors, ja que són capaços de detectar diferències entre les mostres de REF i MUT.

2.1.4 Mode diferencial

Els sensors de mode diferencial també pertanyen al grup de sensors basats en simetria. Aquests dispositius estan compostos per dos sensors independents, un sensible a la mostra REF (o mesurament en general) i l'altre, sensible a la mostra MUT (figura 2.5d). Aquests sensors poden funcionar com a sensors individuals, per exemple, basats en la variació de freqüència, on només s'utilitza un dels elements de detecció individual. Ara bé utilitzar les variables d'entrada i sortida diferencials proporciona robustesa davant les sensibilitats creuades. La variable de sortida d'aquests sensors és només la diferència entre la variable de sortida de cada un dels dos elements que mesuren. S'ha demostrat que es poden implementar sensors diferencials altament sensibles per a mesures constants dielèctriques mitjançant un parell de línies de meandrades. Aquests sensors es basen en la mesura de la diferència de fase entre el parell de línies, i la

penalització per aconseguir una alta sensibilitat és la mida del sensor.

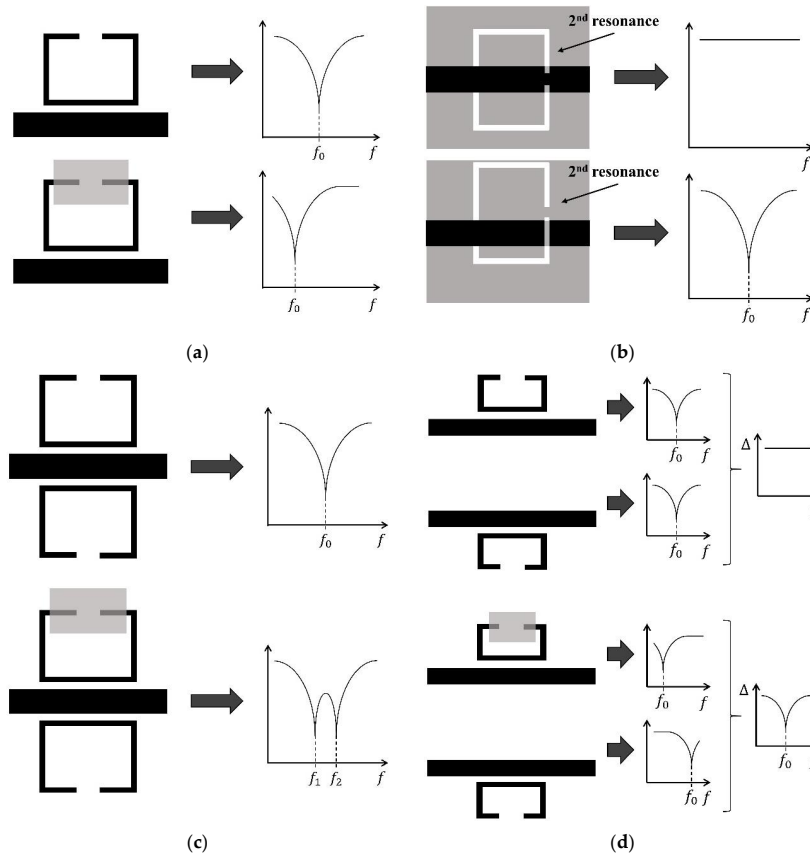


Figura 2.5: Topologia típica i principi de funcionament dels sensors planars ressonants (a) Variació de freqüència; (b) modulació d'acoblament; (c) divisió de freqüències; (d) mode diferencial.

2.2 Sensors basats en línies de transmissió no ressonants

Els mètodes no ressonants analitzen com el senyal varia per a una sola freqüència, per exemple el desfasament, l'atenuació, polarització, entre altres. Totes elles són propietats que es poden obtenir sense la necessitat de fer un escombrat en freqüència.

2.2.1 Basats en transmissió

Els elements de sensat basats en línies de transmissió i basats en mesura de la transmissió necessita 2 ports per a poder efectuar una mesura, degut a que normalment s'analitza la variació de fase o d'amplitud d'un senyal que s'injecta per un dels ports i es mesura per l'altre.

2.2.2 Basats en reflexió

Els elements basats en reflexió només tenen un sol port, normalment l'estructura és una línia acabada en circuit obert o en curtcircuit. L'ús d'aquest tipus de sensors permet reduir la complexitat del sistema de mesura.

Aquest tipus de sensors no ressonants poden ser utilitzats directament mesurant la variació de la fase del coeficient de transmissió, o el de reflexió per al cas de reflexió. Tot i així, és habitual utilitzar circuits que permetin la transformació de la fase a magnitud i fins i tot poder implementar sensors en mode diferencial on es comparin els senyals sota el material REF i el senyal lleugerament desfasat sota el material MUT. Si es resten aquestes senyals podem obtenir una mesura en amplitud tot i que els sensors individualment proporcionin la dada en forma de variació de fase.

2.3 Tria de mètode de mesura

De les tècniques presentades les que són més afins a aquest treball serien les planars degut a que són fàcils de fabricar i no necessiten equipament extra a part de la línia de transmissió. Dins de les planars els mètodes ressonants s'han descartat per a intentar buscar un sistema de mesura que no necessiti d'un anàlisi en freqüència, i que pugui treballar a un sol to, molt més barat i fàcil de generar i d'analitzar.

En aquest treball s'ha decidit fer una implementació de sensor no ressonant implementat en tecnologia planar degut a que els costos de fabricació són baixos però la sensibilitat no és alta. Tot i així es farà una proposta de disseny que modifica les propietats típiques dels sensors no-ressonants que permet augmentar la sensibilitat. Aquest es discuteix de forma teòrica a la secció 4 i es complementa amb simulacions i mesures de mostres amb els elements fabricats.

Capítol 3

Principis Teòrics

Per poder entendre el principi bàsic de funcionament del sensor a desenvolupar és necessari fer un anàlisi de com es propaga una ona electromagnètica per un medi.

3.1 Propagació d'ona electromagnètica

En el cas de tenir una ona periòdica variant en el temps que es propaga pel buit en podem conèixer les propietats de la seva propagació com la velocitat o longitud d'ona, ara bé si analitzem el seu comportament quan es troba amb un altre medi que no es el buit aquestes propietats canvien. Considerant una porció de material (MUT) a l'espai, amb una ona TEM (ona transversal on les línies camp magnètic i elèctric són perpendiculars entre si i a la vegada també són perpendiculars a la direcció de propagació) que incideix a la seva superfície (figura 3.1).

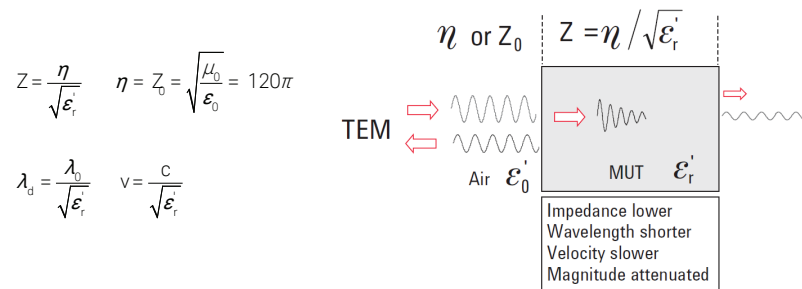


Figura 3.1: Propagació d'una ona electromagnètica en diferents medis.

Hi haurà ones incidents, reflectides i transmeses. Atès que la impedència de l'ona del material Z és diferent (en aquest cas inferior) de la impedència d'espai lliure η (o Z_0) existirà una desadaptació d'impedències i això crearà l'ona reflectida. Part de l'energia penetrarà a la

mostra. Un cop dins el MUT, la velocitat d'ona v , és més lenta que la velocitat de la llum c . La longitud d'ona λ_d és més curta que la longitud d'ona λ_0 en l'espai lliure segons a les equacions següents de la figura 3.1. Ja que el material sempre tindrà alguna pèrdua, hi haurà atenuació o pèrdua d'inserció. Per simplificar, el desajust a la segona frontera no s'ha considerat, però tindria un comportament similar on també hi ha ona reflectida.

3.2 Línia microstrip

Degut a que en aquest projecte es vol implementar el sensor en tecnologia microstrip, no es pot aplicar directament el principi anteriorment presentat, però degut a que els senyals en línies microstrip es consideren en mode quasi TEM, es pot fer un anàlisi aproximat. En el nostre cas la Z_0 de l'exemple anterior pot suposar una secció de línia amb aire a sobre (sense cap material a sobre) i l'àrea Z faria referència a la zona on tindrem el nostre MUT que farà variar les propietats de la propagació, i el següent medi seria un retorn total del senyal implementat amb un circuit obert, ja que es vol dissenyar un sensor que treballa en reflexió.

Una estructura microstrip és una línia de transmissió, que permet conduir els corrents alterns d'un senyal entre dispositius. Físicament aquesta es representa com un pla de massa amb un dielèctric o substrat al mig i a la part superior un conductor per on circula el viu, com es veu a la figura 3.2.

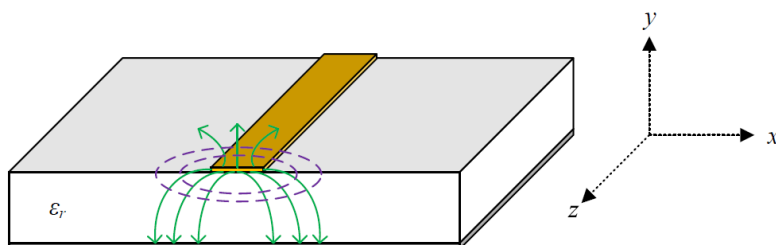


Figura 3.2: Línia de transmissió Microstrip.

Aquest tipus és comú en la tecnologia de línies de transmissió planar, principalment per la possibilitat de poder ser fabricades aplicant tècniques tant de litografia com de fresat. En el cas de la litografia s'utilitza llum i màscares per a activar certes zones d'una placa de conductor amb resines fotosensibles per després atacar amb àcids el conductor que es vol eliminar i obtenir el disseny desitjat. En el cas del fresat s'utilitza una broca que elimina mecànicament el conductor sobrant per a deixar el disseny de la línia de transmissió.

Al tenir una construcció tant simple és fàcil i barat de construir, i per això és àmpliament utilitzada per a la implementació de diferents components de microones com antenes, acobladors, filtres i divisors de potència. Ara bé aquest projecte es centra en la utilització del model

microstrip per com el camp electromagnètic del senyal interactua amb el medi proper.

Degut a que les línies microstrip tenen el pla de massa i, separat per un dielèctric, el viu paral·lel al pla, les línies de camp es distribueixen com s'observa a la figura 3.2.

Aquesta distribució fa que algunes de les línies de camp viatgin per el medi just a sobre de la línia i tindrà influència directa en com el senyal es propaga per la pròpia línia, sobretot farà que variï la velocitat de propagació. Degut a que la variació està directament relacionada amb la constant dielèctrica del material.

Tota ona es propaga a certa velocitat que ve determinada per la impedància intrínseca del medi, en el cas del buit seria de $\eta_0 = \sqrt{\mu_0/\epsilon_0} = 377\Omega$. La velocitat està relacionada a raó de $v_p = \frac{1}{\sqrt{\mu_0 \cdot \epsilon_0}} = c = 3 \times 10^8 m/sec$. Llavors es pot veure que la velocitat de propagació està relacionada amb la permitivitat dielèctrica del medi pel qual es propaga ϵ . En el cas de les línies microstrip es pot aproximar la constant dielèctrica del medi per on viatja la ona per ϵ_e (constant dielèctrica efectiva). Segons la figura 3.3 es pot veure que la constant dielèctrica efectiva vindrà determinada per la permitivitat dielèctrica del substrat ϵ_r i per la del material de test MUT (a la part superior de la línia), aquest pot prendre els valors $\epsilon_0 = 1$ en el cas de tenir aire a sobre o $\epsilon_0 = \epsilon_{MUT}$ en el cas de tenir un material a mesurar.

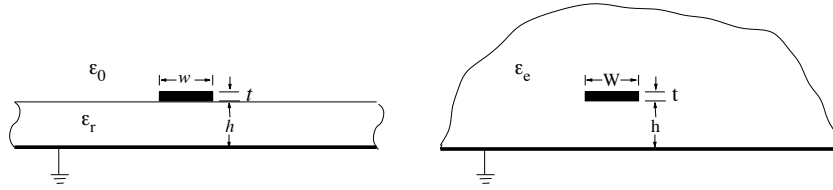


Figura 3.3: Consideració de la constant dielèctrica efectiva en línies microstrip. [Ste13]

3.3 Constant dielèctrica efectiva en línies microstrip

Al capítol 3 del llibre [Poz11] podem trobar les equacions que determinen la constant dielèctrica de la línia segons les seves magnitud físiques, aquestes equacions s'utilitzaran posteriorment al anàlisi.

$$\epsilon_{eff} = \frac{\epsilon_r + \epsilon_{MUT}}{2} + \frac{\epsilon_r - \epsilon_{MUT}}{2} F \quad (3.1)$$

on F

$$F = \left(1 + 12 \frac{h}{W_s}\right)^{-1/2} \quad (3.2)$$

si considerem el cas on $W_s > h$, $t \ll h$ i les línies de camp estan contingudes al dielèctric del MUT.

Aquesta variació en la permitivitat dielèctrica efectiva, i per tant la impedància del medi, provoca un canvi en la velocitat de propagació degut a que la longitud de la línia es fixa s'observa una variació en fase major que si la línia estigues completament en el buit.

Podem determinar la variació de fase que experimenta un senyal al viatjar per una secció de línia de transmissió a raó de l'equació 3.3, on ε_{eff} és la constant dielèctrica efectiva de la secció de línia, en aquest cas el material que volguéssim mesurar aportaria la ε_{MUT} i la ε_r vindria donada pel substrat de la línia, f fa referència a la freqüència a la qual es treballa en Hz (donat a que és un sensor no-ressonant aquest treballarà només a una freqüència), c és la velocitat de propagació de la llum en el buit en m/s i l és la longitud física de la línia.

$$\phi = \sqrt{\varepsilon_{eff}} \cdot \frac{2\pi f}{c} \cdot l \quad [rad] \quad (3.3)$$

Per això aquest es el principi bàsic per a poder fer sensors de microones amb tecnologia planar com el cas d'aquest projecte. Ja que podem relacionar directament la permitivitat dielèctrica d'una mostra (ja que la permitivitat del substrat ε_r és coneguda i les dimensions físiques també) amb la variació de fase que experimenta el senyal en una secció de línia determinada.

Degut a que el volem fer un sensor en reflexió s'ha decidit acabar la línia en circuit obert per facilitar de fabricació (sense la necessitat de fer vies que connectin el pla de massa amb el viu). Aquesta configuració fa que teòricament el senyal es retorni completament sense atenuació.

Sobre els conceptes teòrics anteriorment presentats es pot fer un anàlisi de com sintonitzar les característiques del sensor per augmentar la relació de variació de fase respecte la longitud elèctrica del sensor. El principal element que s'utilitza és el salt d'impedància ja que el cas de tenir una línia de sensat completament adaptada a l'entrada té resultat conegut, el cas que Z_s és igual a Z_0 provoca que la fase del coeficient de reflexió variï linealment a raó de $-2\phi_S$ on ϕ_S és la longitud elèctrica o desfasament que experimenta el senyal a la línia. Degut a que el coeficient de reflexió es mesura al inici de la línia el senyal viatge del port d'entrada al final de la línia, degut a que aquesta està carregada amb un circuit obert el senyal es reflexa completament i retorna al port, aquest anar i tornar del senyal és el que provoca el factor -2 el signe negatiu és degut a que al ser un circuit obert el senyal experimenta un canvi de signe.

Capítol 4

Anàlisi del salt d'impedància

En aquest capítol es farà un anàlisi a nivell teòric per a trobar les regles que s'han de seguir a l'hora de dissenyar un sensor de microones no ressonant que treballa en reflexió amb la peculiaritat de que sigui altament sensible a les variacions de la constant dielèctrica del MUT.

4.1 Principi de funcionament

Amb la finalitat de produir un sensor que pugui arribar a determinar la permitivitat dielèctrica d'un MUT ubicat a sobre de la línia de sensat aplicant un salt d'impedància, la impedància característica de la porció de la línia de sensat és diferent a la línia d'accés, és fa el següent anàlisi.

Abans és necessari determinar quina impedància s'observa des del port d'entrada de l'estructura, per això es pot utilitzar l'equació 4.1.

$$Z_{in} = Z_S \frac{Z_L + jZ_S \tan(\phi)}{Z_S + jZ_L \tan(\phi)} \quad (4.1)$$

Per al cas d'una Línia de transmissió terminada en Circuit obert figura 4.1.

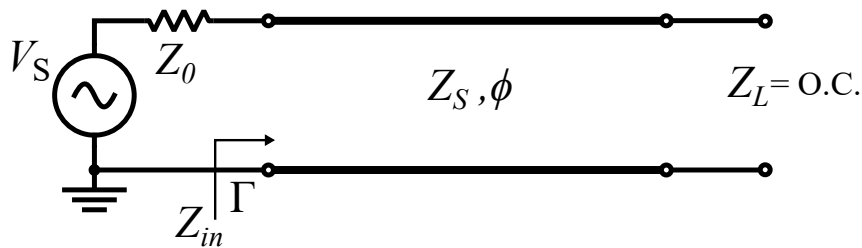


Figura 4.1: Línia de sensat no adaptada acabada en circuit obert.

Per trobar la impedància d'entrada es pot utilitzar l'equació 4.2 a partir de l'equació 4.1 simplificada ja que el circuit està acabat en circuit obert $Z_L = \infty$.

$$Z_{\text{in}} (Z_L = \infty) = -jZ_S \cot(\phi) \quad (4.2)$$

Utilitzant la relació de l'equació 4.3 es pot obtenir el coeficient de reflexió.

$$\rho = \frac{Z_{\text{in}} - Z_0}{Z_{\text{in}} + Z_0} \quad (4.3)$$

Substituint 4.2 a 4.3 obtenim 4.4.

$$\rho = \frac{-Z_0 - jZ_S \cot(\phi)}{Z_0 - jZ_S \cot(\phi)} = \frac{Z_0 + jZ_S \cot(\phi)}{-Z_0 + jZ_S \cot(\phi)} \quad (4.4)$$

Degut a que només ens interessa l'argument del coeficient de reflexió per l'aplicació de sensat, s'obté la propietat de l'equació 4.5.

$$\arg\left(\frac{Z_1}{Z_2}\right) = \arg(Z_1) - \arg(Z_2) \quad (4.5)$$

Substituint a partir de l'expressió 4.4.

$$\arg(\rho) = \arg\left(\frac{Z_0 + jZ_S \cot(\phi)}{-Z_0 + jZ_S \cot(\phi)}\right) = \arg(Z_0 + jZ_S \cot(\phi)) - \arg(-Z_0 + jZ_S \cot(\phi)) \quad (4.6)$$

$$\arg(\rho) = \arctan\left(\frac{Z_S}{Z_0 \tan(\phi)}\right) - \arctan\left(\frac{-Z_S}{Z_0 \tan(\phi)}\right) = 2 \arctan\left(\frac{Z_S}{Z_0 \tan(\phi)}\right) = \phi_\rho \quad (4.7)$$

Definit l'argument del coeficient de reflexió ϕ_ρ interessa saber com varia aquest respecte la longitud elèctrica de la línia ϕ o ϕ_S per al cas concret de línia de sensat. Degut a que dita longitud es veu alterada per la permitivitat dielèctrica efectiva ja que la velocitat de propagació del senyal a la pròpia línia varia.

Per determinar la relació entre la variació de longitud elèctrica de la línia i la variació de fase del coeficient de reflexió s'analitza la sensibilitat de l'argument del coeficient de reflexió respecte la longitud elèctrica de la línia. És a dir obtenir la sensibilitat de la variació de fase a l'entrada del sensor (a una impedància característica Z_0) respecte a la variació de fase de la línia de sensat (a una impedància característica Z_S). per obtenir dita sensibilitat s'aplica la derivada a ϕ_ρ respecte la longitud elèctrica de la línia de sensat ϕ_S .

A continuació es desenvolupa pas a pas la derivada per obtenir la sensibilitat S_{ϕ_S} :

$$S_{\phi_S} = \frac{\partial \phi_S}{\partial \phi_S} = \frac{\partial}{\partial \phi_S} \left(2 \arctan \left(\frac{Z_S}{Z_0 \tan(\phi_S)} \right) \right) \quad (4.8)$$

Aplicant la regla de la cadena, per eliminar l'arc-tangent, i la propietat de la derivada 4.9.

$$\frac{\partial}{\partial u} (\arctan(u)) = \frac{1}{1 + u^2} \quad (4.9)$$

Es pot obtenir l'equació 4.10.

$$S_{\phi_S} = 2 \frac{1}{1 + \frac{Z_S^2}{Z_0^2 \tan^2(\phi_S)}} \cdot \frac{\partial}{\partial \phi_S} \left(\frac{Z_S}{Z_0 \tan(\phi_S)} \right) \quad (4.10)$$

Traient factor comú s'obté 4.11.

$$S_{\phi_S} = \frac{2Z_S}{Z_0 \left(1 + \frac{Z_S^2}{Z_0^2 \tan^2(\phi_S)} \right)} \cdot \left(\frac{\partial}{\partial \phi_S} \left(\frac{1}{\tan(\phi_S)} \right) \right) \quad (4.11)$$

Aplicant la regla de la cadena i la propietat de la derivada 4.12 s'obté 4.13.

$$\frac{\partial}{\partial u} \left(\frac{1}{\tan u} \right) = -\frac{1}{\sin^2 u} \quad (4.12)$$

$$S_{\phi_S} = -\frac{2Z_S}{Z_0 \sin^2(\phi_S) \left(1 + \frac{Z_S^2}{Z_0^2 \tan^2(\phi_S)} \right)} \cdot \left(\frac{\partial}{\partial \phi_S} (\phi_S) \right) \quad (4.13)$$

La derivada de ϕ_S respecte ella mateixa és 1.

Aplicant la propietat distributiva i l'equivalència $\tan^2 u = \frac{\sin^2 u}{\cos^2 u}$ s'obté l'expressió 4.14.

$$\mathbf{S}_{\phi_S} = -\frac{2}{\frac{Z_0}{Z_S} \sin^2 \phi_S + \frac{Z_S}{Z_0} \cos^2 \phi_S} \quad (4.14)$$

Un cop definida la sensibilitat, es pot buscar la longitud elèctrica de la línia de sensat que proporciona un màxim, és a dir aquells valors que facin que la derivada de la sensibilitat sigui zero respecte la longitud elèctrica. A continuació s'exposa el desenvolupament detallat de la derivada de la sensibilitat obtinguda a l'equació 4.14 per determinar-ne els màxims o mínims, com queda definit a l'equació 4.15.

$$\frac{\partial S_{\phi_S}}{\partial \phi_S} = -2 \frac{\partial}{\partial \phi_S} \left(\frac{1}{\frac{Z_0}{Z_S} \sin^2 \phi_S + \frac{Z_S}{Z_0} \cos^2 \phi_S} \right) \quad (4.15)$$

Aplicant la regla de la cadena i la propietat de la derivada de $\frac{\partial}{\partial u} \left(\frac{1}{u} \right) = -\frac{1}{u^2}$ s'obté l'expressió 4.16.

$$\frac{\partial S_{\phi_S}}{\partial \phi_S} = -\frac{-2}{\left(\frac{Z_0}{Z_S} \sin^2 \phi_S + \frac{Z_S}{Z_0} \cos^2 \phi_S \right)^2} \cdot \frac{\partial}{\partial \phi_S} \left(\frac{Z_0}{Z_S} \sin^2 \phi_S + \frac{Z_S}{Z_0} \cos^2 \phi_S \right) \quad (4.16)$$

Aplicant les dues derivades suma de 4.16 per separat es dedueix 4.17.

$$\frac{\partial}{\partial \phi_S} \left(\frac{Z_0}{Z_S} \sin^2 \phi_S + \frac{Z_S}{Z_0} \cos^2 \phi_S \right) = \frac{Z_0}{Z_S} \cdot \frac{\partial}{\partial \phi_S} (\sin^2 \phi_S) + \frac{Z_S}{Z_0} \cdot \frac{\partial}{\partial \phi_S} (\cos^2 \phi_S) \quad (4.17)$$

Aplicant regla de la cadena i les propietats de la derivada de $\frac{\partial}{\partial u} (u^2) = 2u$ i les trigonomètriques $\frac{\partial}{\partial u} (\cos(u)) = -\sin(u)$ i $\frac{\partial}{\partial u} (\sin(u)) = \cos(u)$ a l'equació 4.17 obtenim 4.18a, 4.18b i 4.18c .

$$\frac{Z_S}{Z_0} \cdot \frac{\partial}{\partial \phi_S} (\cos^2 \phi_S) = \frac{2Z_S}{Z_0} \cos \phi_S \cdot \frac{\partial}{\partial \phi_S} (\cos \phi_S) \quad (4.18a)$$

$$\frac{\partial}{\partial \phi_S} (\cos \phi_S) = -\sin \phi_S \frac{\partial \phi_S}{\partial \phi_S} = -\sin \phi_S \quad (4.18b)$$

$$\frac{Z_S}{Z_0} \cdot \frac{\partial}{\partial \phi_S} (\cos^2 \phi_S) = -\frac{2Z_S}{Z_0} \cos \phi_S \cdot \sin \phi_S \quad (4.18c)$$

Solucionant les dues parts de la derivada 4.17 a partir de 4.18 obtenim l'equació 4.19.

$$\frac{\partial S_{\phi_S}}{\partial \phi_S} = \frac{2 \left(\frac{2Z_0}{Z_S} \cos \phi_S \cdot \sin \phi_S - \frac{2Z_S}{Z_0} \cos \phi_S \cdot \sin \phi_S \right)}{\left(\frac{Z_S}{Z_0} \cos^2 (\phi_S) + \frac{Z_0}{Z_S} \sin^2 (\phi_S) \right)^2} \quad (4.19)$$

Degut a que ens interessa trobar el màxim de la derivada el numerador del quocient ha de ser zero.

$$\frac{\partial S_{\phi_S}}{\partial \phi_S} = 0 = 4 \cos \phi_S \cdot \sin \phi_S \left(\frac{Z_0}{Z_S} - \frac{Z_S}{Z_0} \right) \quad (4.20)$$

Aquesta igualtat només es pot complir quan $\sin(\pi) = 0$ o $\cos\left(\frac{\pi}{2}\right) = 0$.

Es a dir quan $\phi_S = \pi$ o $\phi_S = \frac{\pi}{2}$

Les conclusions extreïtes són que per trobar un màxim o un mínim de la sensibilitat (eq 4.14) de l'estructura la longitud elèctrica nominal ha de ser de $\phi_S = \pi$ o $\phi_S = \frac{\pi}{2}$

i per tant hi ha 2 possibilitats

$$S_{\phi_S} = -2 \frac{Z_0}{Z_S} = -\frac{2}{\overline{Z_S}} \quad \text{per } \phi_S = n \cdot \pi \quad (4.21a)$$

$$S_{\phi_S} = -2 \frac{Z_S}{Z_0} = -2 \overline{Z_S} \quad \text{per } \phi_S = (2n + 1) \cdot \frac{\pi}{2} \quad (4.21b)$$

on $\overline{Z_S} = \frac{Z_S}{Z_0}$ és la Impedància Normalitzada.

Per tant per al cas de $\phi_S = n \cdot \pi$ ens interessa utilitzar una impedància Z_S menor a Z_0 i just al contrari si analitzem el cas de $\phi_S = (2n + 1) \cdot \frac{\pi}{2}$ que interessa tenir una impedància Z_S major a Z_0 per a obtenir el màxim de sensibilitat en valor absolut.

4.2 Anàlisi d'un salt d'impedància amb dos impedàncies diferents

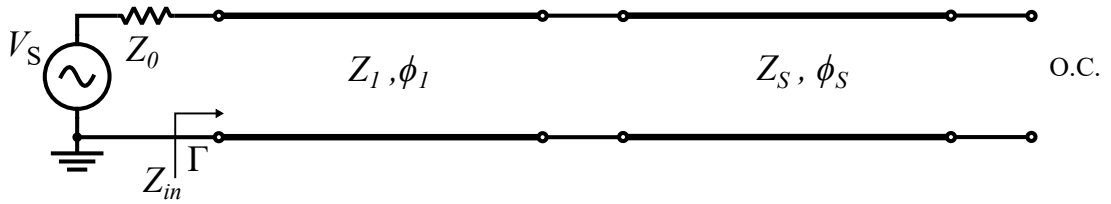


Figura 4.2: Salt d'impedància acabat en circuit obert

L'anàlisi d'aquest circuit és semblant que l'anterior però en aquest s'ha d'afegir un pas ja que hi ha una línia en cascada amb l'altre i és necessari calcular la impedància total a l'entrada. Seguint l'equació 4.22 i l'anàlisi anterior podem deduir. Substituint $Z_L = Z_{in}$ (anàlisi anterior) i $Z_0 = Z_1$ (impedància de la línia en cascada entre l'accés i la de sensat)

$$Z_{in} = \frac{jZ_1 (Z_1 \tan \phi_1 - Z_S \cot \phi_S)}{Z_1 + Z_S \cot \phi_S \cdot \tan \phi_1} \quad (4.22)$$

i el coeficient de reflexió vist des de la línia d'accés seguint l'equació 4.3 és:

$$\rho = \frac{-Z_0 + \frac{jZ_1 (Z_1 \tan \phi_1 - Z_S \cot \phi_S)}{Z_1 + Z_S \cot \phi_S \cdot \tan \phi_1}}{+Z_0 + \frac{jZ_1 (Z_1 \tan \phi_1 - Z_S \cot \phi_S)}{Z_1 + Z_S \cot \phi_S \cdot \tan \phi_1}} \quad (4.23)$$

simplificant els quocients:

$$\rho = \frac{-Z_0 (Z_1 + Z_S \tan \phi_1 \cot \phi_S) + jZ_1 (Z_1 \tan \phi_1 - Z_S \cot \phi_S)}{+Z_0 (Z_1 + Z_S \tan \phi_1 \cot \phi_S) + jZ_1 (Z_1 \tan \phi_1 - Z_S \cot \phi_S)} \quad (4.24)$$

A partir del teorema presentat a la secció anterior, concretament a l'equació 4.5 podem trobar l'argument directament del coeficient de reflexió a l'entrada amb:

$$\phi_\rho = 2 \arctan \left(\frac{Z_1 (Z_S \cot \phi_S - Z_1 \tan \phi_1)}{Z_0 (Z_1 + Z_S \tan \phi_1 \cdot \cot \phi_S)} \right) \quad (4.25)$$

A partir d'aquesta equació es pot fer el mateix anàlisi que en cas anterior per trobar la sensibilitat respecte la longitud elèctrica de la línia de sensat.

Aplicant la regla de la cadena, per eliminar l'arc-tangent, i la propietat de la derivada 4.9

$$S_{\phi_S} = 2 \frac{1}{1 + \frac{Z_1^2 (Z_S \cot \phi_S - Z_1 \tan \phi_1)^2}{Z_0^2 (Z_1 + Z_S \tan \phi_1 \cdot \cot \phi_S)^2}} \cdot \frac{\partial}{\partial \phi_S} \left(\frac{Z_1 (Z_S \cot \phi_S - Z_1 \tan \phi_1)}{Z_0 (Z_1 + Z_S \tan \phi_1 \cdot \cot \phi_S)} \right) \quad (4.26)$$

i treure factor comú de la derivada

$$S_{\phi_S} = 2 \frac{Z_1}{Z_0 \left(1 + \frac{Z_1^2 (Z_S \cot \phi_S - Z_1 \tan \phi_1)^2}{Z_0^2 (Z_1 + Z_S \tan \phi_1 \cdot \cot \phi_S)^2} \right)} \cdot \frac{\partial}{\partial \phi_S} \left(\frac{Z_S \cot \phi_S - Z_1 \tan \phi_1}{Z_1 + Z_S \tan \phi_1 \cdot \cot \phi_S} \right) \quad (4.27)$$

Aplicar la regla de la derivada d'un quocient

$$\frac{\partial}{\partial c} \left(\frac{u}{v} \right) = \frac{v \frac{\partial u}{\partial c} - u \frac{\partial v}{\partial c}}{v^2} \quad (4.28)$$

Centrant-se només en la derivada

$$\begin{aligned} \frac{\partial}{\partial \phi_S} \left(\frac{Z_S \cot \phi_S - Z_1 \tan \phi_1}{Z_1 + Z_S \tan \phi_1 \cdot \cot \phi_S} \right) = & \\ & \frac{(Z_1 + Z_S \tan \phi_1 \cdot \cot \phi_S) \frac{\partial}{\partial \phi_S} (Z_S \cot \phi_S - Z_1 \tan \phi_1)}{(Z_1 + Z_S \tan \phi_1 \cdot \cot \phi_S)^2} \\ & - \frac{(Z_S \cot \phi_S - Z_1 \tan \phi_1) \frac{\partial}{\partial \phi_S} (Z_1 + Z_S \tan \phi_1 \cdot \cot \phi_S)}{(Z_1 + Z_S \tan \phi_1 \cdot \cot \phi_S)^2} \end{aligned} \quad (4.29)$$

En aquesta equació es poden fer les derivades suma que no depenen de ϕ_S

$$\frac{\partial}{\partial \phi_S} \left(\frac{Z_S \cot \phi_S - Z_1 \tan \phi_1}{Z_1 + Z_S \tan \phi_1 \cdot \cot \phi_S} \right) = \frac{(Z_1 + Z_S \tan \phi_1 \cdot \cot \phi_S) \frac{\partial}{\partial \phi_S} (Z_S \cot \phi_S - 0) - (Z_S \cot \phi_S - Z_1 \tan \phi_1) \frac{\partial}{\partial \phi_S} (0 + Z_S \tan \phi_1 \cdot \cot \phi_S)}{(Z_1 + Z_S \tan \phi_1 \cdot \cot \phi_S)^2} \quad (4.30)$$

Es poden treure factors comuns de les derivades

$$\frac{\partial}{\partial \phi_S} \left(\frac{Z_S \cot \phi_S - Z_1 \tan \phi_1}{Z_1 + Z_S \tan \phi_1 \cdot \cot \phi_S} \right) = \frac{(Z_1 + Z_S \tan \phi_1 \cdot \cot \phi_S) Z_S \cdot \frac{\partial}{\partial \phi_S} (\cot \phi_S) - (Z_S \cot \phi_S - Z_1 \tan \phi_1) Z_S \tan \phi_1 \cdot \frac{\partial}{\partial \phi_S} (\cot \phi_S)}{(Z_1 + Z_S \tan \phi_1 \cdot \cot \phi_S)^2} \quad (4.31)$$

Els únics termes per derivar son les cotangents i es poden calcular aplicant la propietat de l'equació 4.12 sabent que $\cot(u) = \frac{1}{\tan(u)}$ i que $\csc(u) = \frac{1}{\sin(u)}$. I segons la regla de la cadena que farà que la derivada del element de la cotangent sigui trivial $\frac{\partial \phi_S}{\partial \phi_S} = 1$

$$\frac{\partial}{\partial \phi_S} \left(\frac{Z_S \cot \phi_S - Z_1 \tan \phi_1}{Z_1 + Z_S \tan \phi_1 \cdot \cot \phi_S} \right) = \frac{(Z_1 + Z_S \tan \phi_1 \cdot \cot \phi_S) Z_S \cdot (-\csc^2 \phi_S) - (Z_S \cot \phi_S - Z_1 \tan \phi_1) Z_S \tan \phi_1 \cdot (-\csc^2 \phi_S)}{(Z_1 + Z_S \tan \phi_1 \cdot \cot \phi_S)^2} \quad (4.32)$$

afegint la part de la derivada a l'expressió de la sensibilitat:

$$S_{\phi_S} = 2 \frac{Z_1}{Z_0 \left(1 + \frac{Z_1^2 (Z_S \cot \phi_S - Z_1 \tan \phi_1)^2}{Z_0^2 (Z_1 + Z_S \tan \phi_1 \cdot \cot \phi_S)^2} \right)} \cdot \frac{(Z_1 + Z_S \tan \phi_1 \cdot \cot \phi_S) Z_S \cdot (-\csc^2 \phi_S) - (Z_S \cot \phi_S - Z_1 \tan \phi_1) Z_S \tan \phi_1 \cdot (-\csc^2 \phi_S)}{(Z_1 + Z_S \tan \phi_1 \cdot \cot \phi_S)^2} \quad (4.33)$$

$$S_{\phi_S} = \frac{2Z_1}{Z_0} \frac{Z_0^2 (Z_1 + Z_S \tan \phi_1 \cdot \cot \phi_S)^2}{Z_0^2 (Z_1 + Z_S \tan \phi_1 \cdot \cot \phi_S)^2 + Z_1^2 (Z_S \cot \phi_S - Z_1 \tan \phi_1)^2} \cdot \frac{(Z_1 + Z_S \tan \phi_1 \cdot \cot \phi_S) Z_S \cdot (-\csc^2 \phi_S) - (Z_S \cot \phi_S - Z_1 \tan \phi_1) Z_S \tan \phi_1 \cdot (-\csc^2 \phi_S)}{(Z_1 + Z_S \tan \phi_1 \cdot \cot \phi_S)^2} \quad (4.34)$$

$$S_{\phi_S} = -2Z_1Z_0 \csc^2 \phi_S \frac{Z_1Z_S + Z_S^2 \tan \phi_1 \cdot \cot \phi_S - Z_S^2 \tan \phi_1 \cdot \cot \phi_S + Z_1Z_S \tan^2 \phi_1}{Z_0^2 (Z_1 + Z_S \tan \phi_1 \cdot \cot \phi_S)^2 + Z_1^2 (Z_S \cot \phi_S - Z_1 \tan \phi_1)^2} \quad (4.35)$$

$$S_{\phi_S} = \frac{-2Z_1Z_0}{\sin^2 \phi_S} \cdot \frac{Z_1Z_S + Z_1Z_S \tan^2 \phi_1}{Z_0^2 (Z_1 + Z_S \tan \phi_1 \cdot \cot \phi_S)^2 + Z_1^2 (Z_S \cot \phi_S - Z_1 \tan \phi_1)^2} \quad (4.36)$$

$$S_{\phi_S} = \frac{-2Z_1^2Z_0Z_S}{\sin^2 \phi_S} \cdot \frac{1 + \tan^2 \phi_1}{Z_0^2 (Z_1 + Z_S \tan \phi_1 \cdot \cot \phi_S)^2 + Z_1^2 (Z_S \cot \phi_S - Z_1 \tan \phi_1)^2} \quad (4.37)$$

$$S_{\phi_S} = \frac{-2Z_1^2Z_0Z_S}{\sin^2 \phi_S} \cdot \frac{1 + \tan^2 \phi_1}{\frac{Z_0^2(Z_1 \sin \phi_S + Z_S \tan \phi_1 \cdot \cos \phi_S)^2}{\sin^2 \phi_S} + \frac{Z_1^2(Z_S \cos \phi_S - Z_1 \tan \phi_1 \cdot \sin \phi_S)^2}{\sin^2 \phi_S}} \quad (4.38)$$

Simplificant l'expressió sencera:

$$S_{\phi_S} = \frac{-2Z_1^2Z_0Z_S(1 + \tan^2 \phi_1)}{Z_0^2 (Z_1 \sin \phi_S + Z_S \tan \phi_1 \cdot \cos \phi_S)^2 + Z_1^2 (Z_S \cos \phi_S - Z_1 \tan \phi_1 \cdot \sin \phi_S)^2} \quad (4.39)$$

Un cop donada l'expressió de la sensibilitat (4.39), trobem per quins valors de ϕ_1 ($\tan \phi_1$ per simplificar el procés) aquesta sensibilitat es fa màxima o mínima:

$$\frac{\partial S_{\phi_S}}{\partial \tan \phi_1} = \frac{\partial}{\partial \tan \phi_1} \cdot \frac{-2Z_1^2Z_0Z_S(1 + \tan^2 \phi_1)}{Z_0^2 (Z_1 \sin \phi_S + Z_S \tan \phi_1 \cdot \cos \phi_S)^2 + Z_1^2 (Z_S \cos \phi_S - Z_1 \tan \phi_1 \cdot \sin \phi_S)^2} \quad (4.40)$$

Per simplificar els càlculs es faran les següents agrupacions:

$$Z_A = Z_1 \sin \phi_S + Z_S \tan \phi_1 \cdot \cos \phi_S \quad (4.41a)$$

$$Z_B = Z_S \cos \phi_S - Z_1 \tan \phi_1 \cdot \sin \phi_S \quad (4.41b)$$

Per accelerar la resolució s'ha decidit recórrer a software que permeti treballar amb matemàtiques simbòliques (Com per exemple MATLAB) per obtenir l'equació 4.42.

$$\frac{dS_{\phi_S}}{d \tan \phi} = -4 \frac{(Z_0^2 Z_A^2 + Z_1^2 Z_B^2) Z^2 Z_S Z_0 \tan \phi - Z_1^2 Z_S Z_0 (1 + \tan^2 \phi) (Z_0^2 Z_A Z_S \cos \phi_S + Z_1^2 Z_B Z_1 \sin \phi_S)}{(Z_0^2 Z_A^2 + Z^2 Z_B^2)^2} \quad (4.42)$$

Per simplificar l'expressió 4.42 i com es volen buscar els valors que passen per zero per trobar els màxims, es pot buscar els valors que facin el numerador zero, en aquest cas els valors de $\tan \phi$ que faran que el numerador sigui zero. D'aquesta assumpció obtenim l'equació 4.43.

$$ZZ_S \sin \phi_S \cos \phi_S \tan^2 \phi + (Z^2 \sin^2 \phi_S - Z_S^2 \cos^2 \phi_S) \tan \phi - ZZ_S \sin \phi_S \cos \phi_S = 0 \quad (4.43)$$

Si resollem l'equació 4.43 s'obtenen dos solucions ($\phi = \phi_1$ eq 4.44a i $\phi = \phi_2$ eq 4.44b).

$$\tan \phi_1 = \frac{Z_S \cos \phi_S}{Z \sin \phi_S} \quad (4.44a)$$

$$\tan \phi_2 = \frac{Z \sin \phi_S}{Z_S \cos \phi_S} \quad (4.44b)$$

Un cop trobats els punts que fan màxima o mínima la sensibilitat podem substituir les solucions obtingudes a 4.44 a la equació 4.39 obtenint 4.45.

$$S_{\phi_S}|_{\phi_1} = -\frac{2Z^2 Z_S}{Z_0} \frac{1}{Z^2 \sin^2 \phi_S + Z_S^2 \cos^2 \phi_S} \quad (4.45a)$$

$$S_{\phi_S}|_{\phi_2} = -2Z_0 Z_S \frac{1}{Z^2 \sin^2 \phi_S + Z_S^2 \cos^2 \phi_S} \quad (4.45b)$$

Per assegurar-se que les solucions trobades en 4.44 són les úniques possibles, s'ha de verificar que no existeixen pols (zeros al denominador) a l'equació de la sensibilitat S_{ϕ} , si es revisa l'equació 4.39 es veu que només pot haver un zero al denominador si els dos termes quadrats es fan zero i com un depèn del sinus de ϕ_S i l'altre terme del cosinus del mateix angle ϕ_S mai podran ser zero a la vegada.

Es pot veure a les equacions 4.45 que si $Z_1 < Z_0$ la sensibilitat és major per ϕ_2 i al revés per ϕ_1 , en aquest cas és més alta quan $Z_1 > Z_0$. Això ens dóna informació de com ha de ser la línia de disseny entre l'accés i la línia de sensat. Per poder determinar les propietats que ha de tenir la línia de sensat per maximitzar la sensibilitat és necessari derivar les expressions 4.45 per el terme ϕ_S obtenint les equacions 4.46a i 4.46b, en aquestes s'observa que es fan 0 quan $\phi_S = n \cdot \pi$ o $\phi_S = (2n + 1) \cdot \pi/2$, per tant sabem que els màxim i mínims es donaran quan es compleixin aquestes restriccions.

$$\frac{dS_{\phi_S}|_{\phi_1}}{d\phi_S} = \frac{4Z^2 Z_S}{Z_0} \frac{(Z^2 - Z_S^2) \sin \phi_S \cos \phi_S}{(Z^2 \sin^2 \phi_S + Z_S^2 \cos^2 \phi_S)^2} \quad (4.46a)$$

$$\frac{dS_{\phi_S}|_{\phi_2}}{d\phi_S} = 4Z_0 Z_S \frac{(Z^2 - Z_S^2) \sin \phi_S \cos \phi_S}{(Z^2 \sin^2 \phi_S + Z_S^2 \cos^2 \phi_S)^2} \quad (4.46b)$$

Si fem, un anàlisi de tots els casos possibles per les diferents longituds elèctriques de la línia de disseny ϕ i línia de sensat ϕ_S trobem:

- Si $\phi_S = (2n + 1) \cdot \pi/2$ haurem de triar $\phi_1 = n \cdot \pi$ per $Z > Z_0 > Z_S$

$$S_{\phi_S} = \frac{-2Z_S}{Z_0} = -2\overline{Z_S} \quad [min] \quad (4.47)$$

- Si $\phi_S = n \cdot \pi$ haurem de triar $\phi_1 = (2n + 1) \cdot \pi/2$

$$S_{\phi_S} = \frac{-2Z^2}{Z_0 Z_S} = -2\frac{Z^2}{Z_S} \quad [max] \quad (4.48)$$

- Si $\phi_S = (2n + 1) \cdot \pi/2$ haurem de triar $\phi_2 = (2n + 1) \cdot \pi/2$ per $Z < Z_0 < Z_S$

$$S_{\phi_S} = \frac{-2Z_0 Z_S}{Z^2} = -2\frac{\overline{Z_S}}{Z^2} \quad [max] \quad (4.49)$$

- Si $\phi_S = n \cdot \pi$ haurem de triar $\phi_2 = n \cdot \pi$

$$S_{\phi_S} = \frac{-2Z_0}{Z_S} = -2\frac{1}{Z_S} \quad [min] \quad (4.50)$$

Segons aquests resultats obtenim dos casos que tenen les millors sensibilitats:

- Cas D: Si $\phi_S = n \cdot \pi$ haurem de triar $\phi_1 = (2n + 1) \cdot \pi/2$ per $Z > Z_0 > Z_S$ en l'equació 4.48
- Cas C: Si $\phi_S = (2n + 1) \cdot \pi/2$ haurem de triar $\phi_2 = (2n + 1) \cdot \pi/2$ per $Z < Z_0 < Z_S$ en l'equació 4.49

4.2.1 Taula resum dels casos d'interès

Per a simplificar les referències als casos al llarg del treball es prosa una taula 4.1 que indica les longituds elèctriques mínimes de les seccions de línia, tant de disseny com de sensat. En aquesta trobem el Cas A on es tracta d'un sensor amb un sol salt d'impedància amb línia de sensat de 90 graus indicant quan la sensibilitat es fa màxima, el Cas B és semblant a l'anterior, però la línia és de 180 graus i el màxim es dona quan la impedància de la secció de sensat és menor a la de referència. Els últims casos C i D són els que incorporen una secció de disseny per a augmentar la sensibilitat, la longitud elèctrica d'aquesta es representa a la columna ϕ_1 .

Cas	ϕ_1	ϕ_S	Sensibilitat	Màxim quan:
A	0	$\pi/2$	$S_{\phi_S} = -2 \frac{Z_S}{Z_0}$	$Z_S > Z_0$
B	0	π	$S_{\phi_S} = -2 \frac{Z_0}{Z_S}$	$Z_S < Z_0$
C	$\pi/2$	$\pi/2$	$S_{\phi_S} = -2 \frac{Z_0 Z_S}{Z_1^2}$	$Z_1 < Z_0 < Z_S$
D	$\pi/2$	π	$S_{\phi_S} = -2 \frac{Z_1^2}{Z_0 Z_S}$	$Z_1 > Z_0 > Z_S$

Taula 4.1: Taula resum dels casos de disseny que són d'interès per a aquest treball.

4.3 Sensibilitat del sensor respecte el MUT (Material Under Test)

La sensibilitat de la que es tracta en aquest projecte es pot definir per l'equació 4.51 ¹, on per obtenir la sensibilitat respecte ε_{MUT} es pot primer analitzar la sensibilitat respecte la variació de la longitud elèctrica ϕ_S (anàlisi que s'ha fet fins ara) i posteriorment determinar aquesta variació respecte la constant dielèctrica del material, aquest últim terme s'analitza en aquesta secció.

$$S = \frac{d\phi_\rho}{d\varepsilon_{MUT}} = \frac{d\phi_\rho}{d\phi_S} \cdot \frac{d\phi_S}{d\varepsilon_{MUT}} \quad (4.51)$$

Per determinar la variació de fase respecte la constant dielèctrica del medi que es vol mesurar es pot determinar per l'equació 4.52.

$$\phi_S = \frac{\omega l_S}{c} \sqrt{\varepsilon_{eff}} \quad (4.52)$$

on la ε_{eff} bé determinada per 4.53.

$$\varepsilon_{eff} = \frac{\varepsilon_r + \varepsilon_{MUT}}{2} + \frac{\varepsilon_r - \varepsilon_{MUT}}{2} F \quad (4.53)$$

I on F depèn només de mesures físiques de la línia a raó de (4.54) i (4.55)

$$F = \left(1 + 12 \frac{h}{W_S}\right)^{-1/2} \quad (4.54)$$

si $W_S/h \geq 1$ i $t \ll h$ o

¹L'expressió 4.51 no té en compte l'efecte que exerceix la variació de la permitivitat dielèctrica del material de test ε_{MUT} sobre la impedància de la línia de sensat. Aquest efecte repercuteix directament al coeficient de reflexió de la línia, però com es demostra a la secció 8.1 de l'annex en el cas de que la longitud elèctrica sigui 90° o 180° la sensibilitat és exactament la que descriu l'equació 4.51.

$$F = \left(1 + 12 \frac{h}{W_S}\right)^{-1/2} + 0.04 \left(1 - \frac{W_S}{h}\right)^2 \quad (4.55)$$

si $W_S/h < 1$ i $t \ll h$

Tot això sempre que el MUT sigui suficientment gruixut per que totes les línies de camp que surten de la línia de transmissió no arribin a sortir del propi material que es vol mesurar.

On l'últim terme de l'equació (4.51) es pot descomposar en (4.56).

$$\frac{d\phi_S}{d\varepsilon_{MUT}} = \frac{d\phi_S}{d\varepsilon_{eff}} \frac{d\varepsilon_{eff}}{d\varepsilon_{MUT}} = \frac{\omega l_S}{4c\sqrt{\varepsilon_{eff}}} (1 - F) \quad (4.56)$$

I finalment deixar el terme referent a la constant dielèctrica del MUT de forma explícita amb l'expressió (4.57).

$$\frac{d\phi_S}{d\varepsilon_{MUT}} = \frac{\omega l_S}{2\sqrt{2}c} \frac{1}{\sqrt{\varepsilon_r \frac{1+F}{(1-F)^2 + \varepsilon_{MUT} \frac{1}{1-F}}}} \quad (4.57)$$

A l'hora de determinar les dimensions físiques que haurà de tenir el sensor es pot aproximar el valor de la impedància característiques de les seccions de la línia d'accés, de la línia de disseny i de la línia de sensat, podem utilitzar les fórmules trobades a la referència [Poz11].

$$Z_0 = \begin{cases} \frac{60}{\sqrt{\varepsilon_{eff}}} \ln\left(\frac{8d}{W} + \frac{W}{4d}\right) & \text{per } W/d \leq 1 \\ \frac{120\pi}{\sqrt{\varepsilon_{eff}}[W/d + 1.393 + 0.667 \ln(W/d + 1.444)]} & \text{per } W/d \geq 1 \end{cases} \quad (4.58)$$

És important destacar que si es fa un anàlisi dels valors de la sensibilitat respecte les variacions de longitud elèctrica i impedància, aquests només són coincidents amb les formules anteriorment descrites sempre que la longitud elèctrica sigui exactament la dissenyada (en els casos anteriors $\phi = (2n + 1) \cdot \pi/2$ o $\phi = n \cdot \pi$) i les impedàncies no variïn, en cas contrari les equacions comencen a allunyar-se dels valors reals. Com s'ha comentat abans la variació de la constant dielèctrica afecta directament a la longitud elèctrica del tram de sensat.

De manera semblant també es veu que al variar la constant dielèctrica del material que volem mesurar farà que la impedància característica de la línia també variï i per tant la sensibilitat també es veurà afectada.

És per aquests motius que a l'hora de dissenyar aquest tipus de sensors s'ha de tenir en compte el rang de valors de la constant dielèctrica ε_{MUT} dels materials a mesurar. Per tant, al obtenir les mides físiques de les línies de transmissió és important definir una ε_{MUT} propera als valors que s'espera mesurar, per intentar minimitzar l'error de les aproximacions de les equacions de disseny.

Capítol 5

Simulacions

Per arribar a demostrar els resultats obtinguts en la secció anterior, on es feia l'anàlisi teòric, es proposen un seguit de dissenys de sensors així com els procediments que s'han seguit per arribar a determinar concretament les dimensions físiques d'aquests.

5.1 Simulacions elèctriques

Dels resultats de la teoria, primer s'ha fet una prova de concepte a nivell elèctric amb un sensor amb un port d'accés d'impedància característica de $50\ \Omega$ i una línia de sensat de impedància alta o baixa; i variant la longitud elèctrica per verificar com afecta aquest paràmetre a la variació de la fase del coeficient de reflexió.

S'han fet un conjunt de proves amb el simulador elèctric del paquet de software ADS de Keysight.

En les següents seccions es mostren dissenys d'interès que consten de, un primer cas sense cap salt d'impedància per definir una base on la línia de sensat té la mateixa impedància que la de referència.

Després s'analitza el cas de només tenir una línia de sensat amb impedàncies diferents a la de referència.

Per últim en aquesta secció s'analitzarà el cas d'utilitzar línia de disseny i sensat les dues amb valors d'impedància diferents a la referència.

5.1.1 Cas sense salt d'impedància

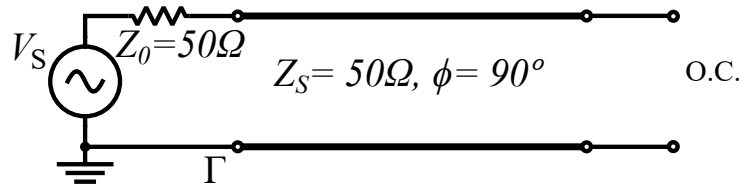
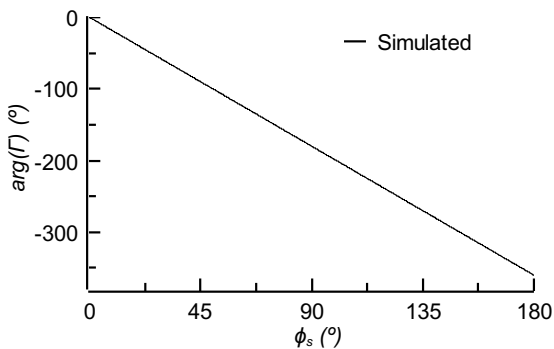


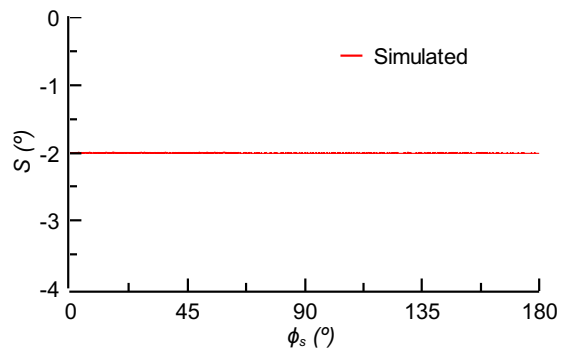
Figura 5.1: Sensor de 90° sense línia de disseny i amb la línia de sensat amb la mateixa impedància que la referència.

Per tenir uns valors de base s'ha preparat una simulació elèctrica que consta d'un port d'accés referenciat a 50Ω i una línia de transmissió ideal acabada en circuit obert amb una impedància característica de 50Ω , com es pot veure a la figura 5.1, i per tant sense salt d'impedància. A partir de qualsevol de les expressions dels casos A i B amb un sol salt d'impedància si es substitueix Z_S per Z_0 podem calcular la sensibilitat que tindrà respecte la variació de la fase a la secció de sensat: $S_{\phi_S} = -2 \frac{50}{50} = -2$ de manera constant per qualsevol longitud elèctrica ϕ_S .

A la figura 5.2 a la part superior esquerra es pot veure com varia la fase del terme $S(1,1)$ o l'argument del coeficient de reflexió $\arg(\Gamma)$, aquest es veu que experimenta un pendent constant per qualsevol valor de la longitud elèctrica de la línia de sensat, com es d'esperar ja que a mesura que la ona es propaga per la línia a l'entrada s'observa una variació de fase cada cop més gran. A la part inferior esquerra podem veure la derivada del gràfic anterior i es pot verificar que el pendent és constant per a tot ϕ_S amb valor -2.



(a) Variació de fase del coeficient de reflexió Γ respecte la longitud elèctrica de la línia de sensat ϕ_S .



(b) Sensibilitat en graus respecte la longitud elèctrica de la línia de sensat ϕ_S .

Figura 5.2: Simulació elèctrica d'un cas simple on s'avalua un sensor sense salt d'impedància.

El cas més simple trobat a la teoria és fer una desadaptació respecte a l'entrada com podem veure als casos A i B de la taula 4.1.

5.1.2 Cas A (línia de sensat de 90 graus amb impedància gran)

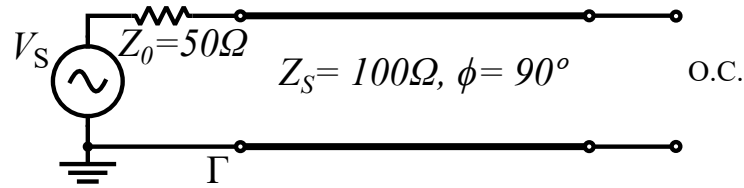
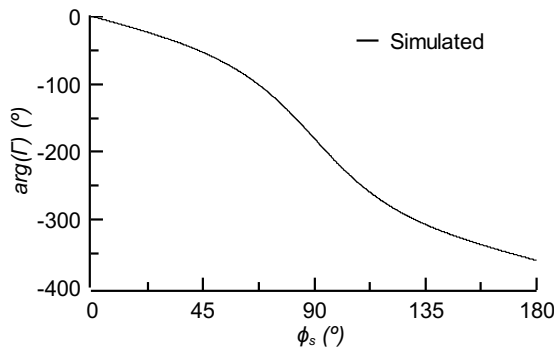


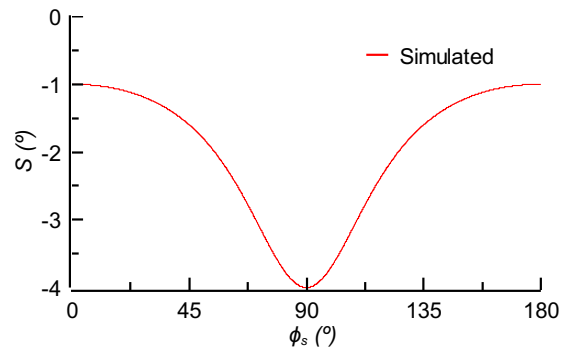
Figura 5.3: Sensor de 90° sense línia de disseny i amb la línia de sensat amb una impedància més gran que la de referència.

Per verificar l'augment de la sensibilitat per al Cas A s'ha preparat una simulació elèctrica que consta d'un port d'accés referenciat a 50 Ω i una línia de transmissió ideal acabada en circuit obert amb una impedància característica de 100 Ω , com es pot veure a la figura 5.3. A partir de l'expressió de la taula 4.1 podem calcular la sensibilitat que tindrà respecte la variació de la fase a la secció de sensat: $S_{\phi_S} = -2 \frac{100}{50} = -4$ per una ϕ_S de 90°.

A la figura 5.4 a la part superior esquerra es pot veure com varia l'argument del coeficient de reflexió $\arg(\Gamma)$, aquest es veu que experimenta un pendent no constant amb un màxim de variació a 90 graus de ϕ_S , això és un comportament esperat ja que segons la teoria a 90° tenim el màxim de sensibilitat i per tant el punt de més pendent. A la part inferior esquerra es pot veure la derivada del gràfic anterior, aquest representa la sensibilitat, i es pot veure que a 90° hi ha el valor absolut més gran, i el valor mínim a 180°.



(a) Variació de fase del coeficient de reflexió Γ respecte la longitud elèctrica de la línia de sensat ϕ_S .



(b) Sensibilitat en graus respecte la longitud elèctrica de la línia de sensat ϕ_S .

Figura 5.4: Simulació elèctrica del Cas A on s'avalua un sensor amb un salt d'impedància amb una línia de sensat d'alta impedància

5.1.3 Cas B (línia de sensat de 180 graus amb impedància petita)

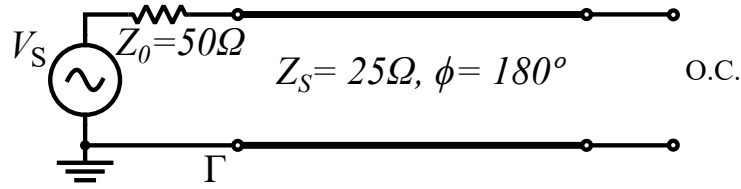
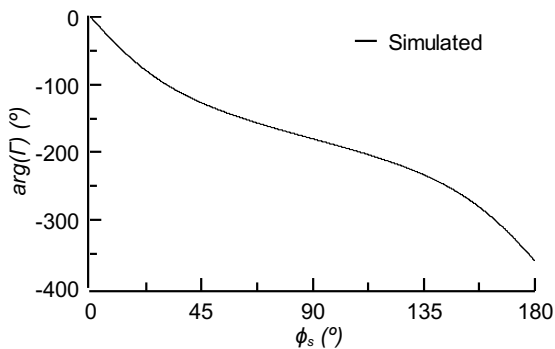


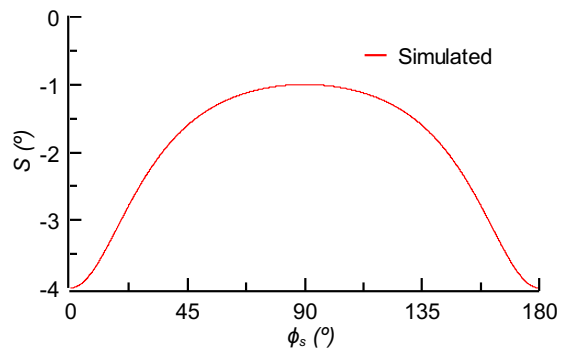
Figura 5.5: Sensor de 180° sense línia de disseny i amb la línia de sensat amb una impedància més petita que la de referència.

Per verificar l'augment de la sensibilitat per al Cas B s'ha preparat una simulació elèctrica que consta d'un port d'accés referenciat a 50 Ω i una línia de transmissió ideal acabada en circuit obert amb una impedància característica de 25 Ω , com es pot veure a la figura 5.5 . A partir de l'expressió de la taula 4.1 podem calcular la sensibilitat que tindrà respecte la variació de la fase a la secció de sensat: $S_{\phi_S} = -2 \frac{50}{25} = -4$ per una ϕ_S de 180°.

S'espera que es tingui un comportament just contrari que el Cas A, màxim de sensibilitat a 180° i mínim a 90°, a la figura 5.6 es pot verificar aquest comportament ja que amb una longitud elèctrica de 180° tenim un màxim en valor absolut i un mínim en valor absolut a 90°, per tant es compleix la teoria



(a) Variació de fase del coeficient de reflexió Γ respecte la longitud elèctrica de la línia de sensat ϕ_S .



(b) Sensibilitat en graus respecte la longitud elèctrica de la línia de sensat ϕ_S .

Figura 5.6: Simulació elèctrica del Cas B on s'avalua un sensor amb un salt d'impedància amb una línia de sensat de baixa impedància

5.1.4 Cas C (línia de disseny de 90 graus de baixa impedància i línia de sensat de 90 graus amb impedància gran)

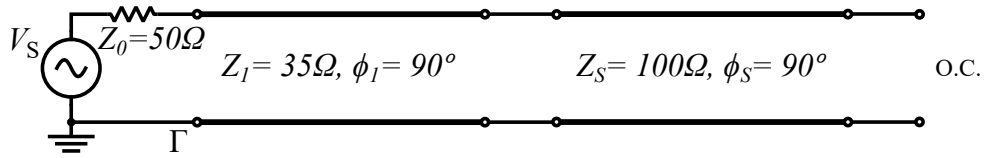
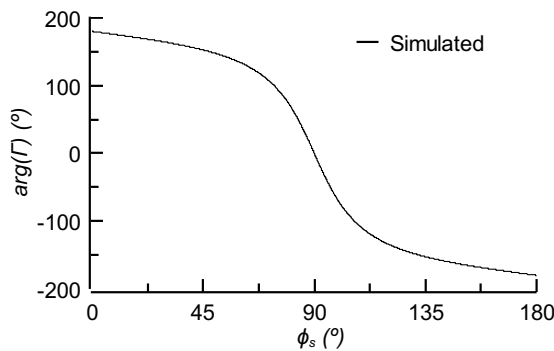


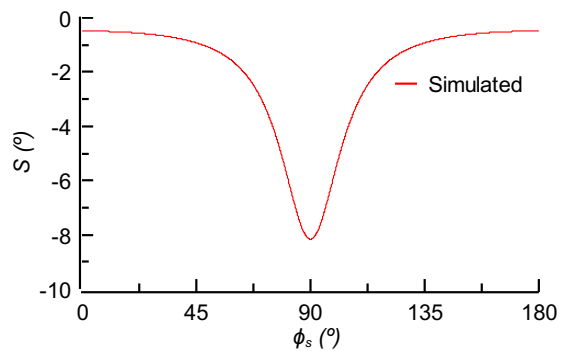
Figura 5.7: Sensor amb línia de disseny de 90° i d'impedància menor a la de referència i línia de sensat de 90° amb una impedància més gran que la de referència.

Per verificar l'augment de la sensibilitat per al Cas C s'ha preparat una simulació elèctrica que consta d'un port d'accés referenciat a 50Ω , una línia de transmissió ideal de 35Ω en cascada amb una altre línia acabada en circuit obert amb una impedància característica de 100Ω , com es pot veure a la figura 5.7. A partir de l'expressió de la taula 4.1 podem calcular la sensibilitat que tindrà respecte la variació de la fase a la secció de sensat: $S_{\phi_S} = -2 \frac{50 \cdot 100}{35^2} = -8.1632$ per una ϕ_S de 90° .

A la figura 5.8 a la part superior es pot veure com varia l'argument del coeficient de reflexió $\arg(\Gamma)$, aquest presenta una variació més pronunciada respecte al Cas A de la figura 5.4, això és un comportament esperat ja que al afegir la línia de disseny de 90° i baixa impedància entre el port i la secció de sensat d'alta impedància fa que la sensibilitat tingui un màxim a 90° . A la part inferior esquerra es pot veure la derivada del gràfic anterior, aquest representa la sensibilitat, i es pot veure que a 90° hi ha el valor de sensibilitat més negatiu que concorda amb el valor calculat, i el valor menys negatiu a 180° .



(a) Variació de fase del coeficient de reflexió Γ respecte la longitud elèctrica de la línia de sensat ϕ_S .



(b) Sensibilitat en graus respecte la longitud elèctrica de la línia de sensat ϕ_S .

Figura 5.8: Simulació elèctrica del Cas C on s'avalua un sensor amb dos salts d'impedància, una línia de disseny de baixa impedància en cascada amb una línia de sensat d'alta impedància.

5.1.5 Cas D (línia de disseny de 90 graus de d'alta impedància i línia de sensat de 180 graus amb impedància petita)

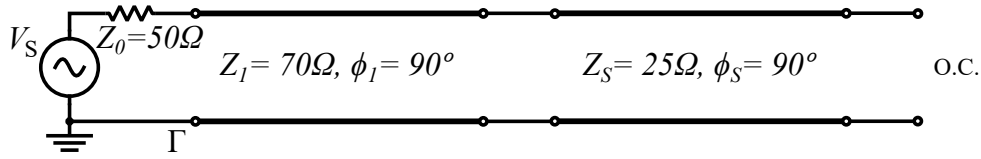
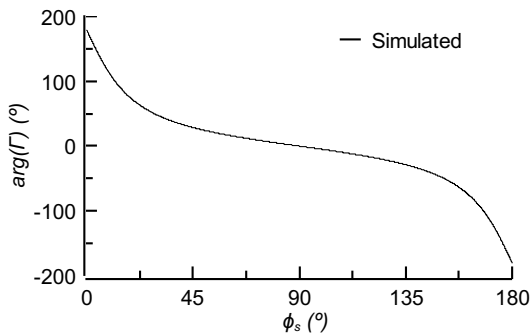


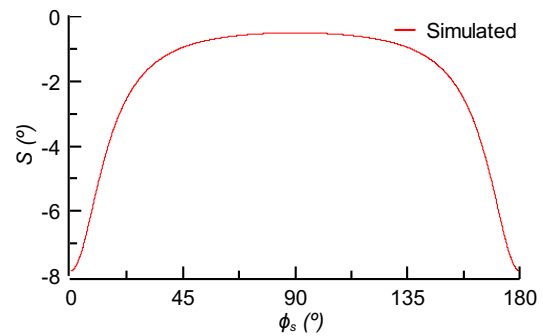
Figura 5.9: Sensor amb línia de disseny de 90° i d'impedància major a la de referència i línia de sensat de 180° amb una impedància més petita que la de referència.

Per verificar l'augment de la sensibilitat per al Cas D s'ha preparat una simulació elèctrica que consta d'un port d'accés referenciat a 50 Ω , una línia de transmissió ideal de 70 Ω en cascada amb una altre línia acabada en circuit obert amb una impedància característica de 25 Ω , com es pot veure a la figura 5.9. A partir de l'expressió de la taula 4.1 podem calcular la sensibilitat que tindrà respecte la variació de la fase a la secció de sensat: $S_{\phi_S} = -2 \frac{70^2}{50 \cdot 25} = -7.84$ per una ϕ_S de 90°.

S'espera que es tingui un comportament just contrari que el Cas C, màxim de sensibilitat a 180° i mínim a 90°, a la figura 5.10 es pot verificar aquest comportament ja que amb una longitud elèctrica de 180° tenim un màxim en valor absolut i un mínim en valor absolut a 90°, per tant es compleix la teoria.



(a) Variació de fase del coeficient de reflexió Γ respecte la longitud elèctrica de la línia de sensat ϕ_S .



(b) Sensibilitat en graus respecte la longitud elèctrica de la línia de sensat ϕ_S .

Figura 5.10: Simulació elèctrica del Cas D on s'avalua un sensor amb amb dos salts d'impedància, una línia de disseny d'alta impedància en cascada amb una línia de sensat de baixa impedància.

Aquest conjunt de simulacions elèctriques serveixen per il·lustrar el fenomen que experimenta la fase del coeficient de reflexió en les estructures que s'estudien en aquest treball, com es poden dissenyar sensors que tinguin màxims de sensibilitat configuracions concretes de salts d'impedància.

5.2 Simulacions Electromagnètiques

S'han fet algunes simulacions electromagnètiques a nivell qualitatiu per verificar que la teoria es compleix. En aquest cas s'inclouen només les simulacions per als Casos A i C degut a que en capítols posteriors es fan simulacions per a tots els casos amb altres valors.

Per dur a terme les següents simulacions s'ha utilitzat l'eina Momentum del paquet de software ADS de Keysight.

Aquestes simulacions s'han construït de manera que produeixin els resultats amb les mateixes variables que les simulacions elèctriques. Per aconseguir-ho ha fet falta fer certes assumpcions, primer es manté una amplada de línia fixa que representa una impedància característica calculada amb *LineCalc*, després per poder determinar la sensibilitat en vers a la longitud elèctrica s'han calculat amb *LineCalc* diferents longituds físiques de línia que corresponen a longituds elèctriques concretes i properes als de màxima sensibilitat segons el disseny del sensor.

Les simulacions es troben a la següent pàgina.

5.2.1 Cas A (línia de sensat de 90 graus d'alta impedància)

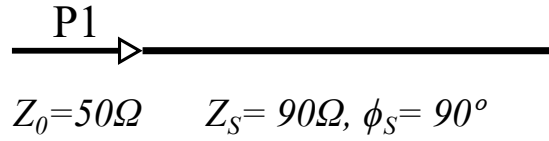
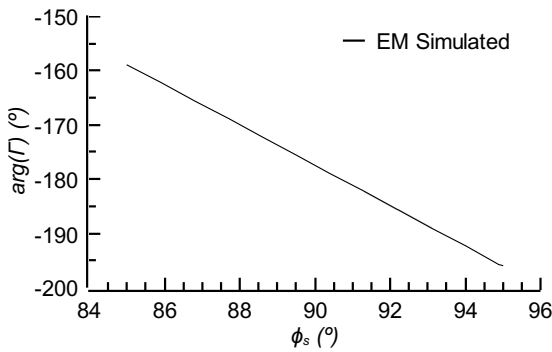


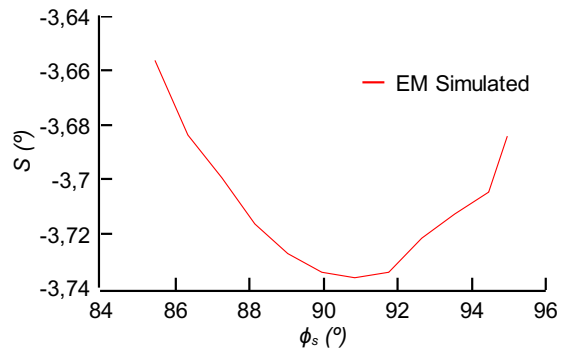
Figura 5.11: Layout d'un sensor de 90° sense línia de disseny i amb la línia de sensat amb una impedància més gran que la de referència.

Per al Cas A s'ha dissenyat una línia de sensat d'impedància 90 Ω per al substrat Rogers RO3010 amb una constant dielèctrica $\epsilon_r = 10.2$, això equival unes dimensions físiques de 0.23 mm d'ample i 30.06 mm de llarg (per a una freqüència d'1 GHz), representat a la figura 5.11. Aquesta s'ha connectat a un port referenciat a 50 Ω i s'ha fet una variació de la longitud elèctrica de $\pm 5^\circ$ (per cada grau es suma o resta 0.334 mm a la línia original).

A la figura 5.12a es pot veure com varia la fase respecte la longitud elèctrica de la línia de sensat, tot i que per poder analitzar millor el comportament és necessari derivar aquesta fase per obtenir el gràfic 5.12b d'on s'extreu que hi ha un màxim de sensibilitat (en valor absolut) per un valor molt proper a 90° tal com explica la teoria. El valor d'aquesta sensibilitat és molt proper al valor esperat ja que per una línia de sensat de 90 Ω el màxim de sensibilitat és de $S_{\phi_s} = -2\frac{90}{50} = -3.6$ i la simulació dóna un valor prou proper.



(a) Variació de fase del coeficient de reflexió Γ respecte la longitud elèctrica de la línia de sensat ϕ_s . És important denotar que aquest gràfic només mostra el detall de $\pm 5^\circ$ al voltant de 90°



(b) Sensibilitat en graus respecte la longitud elèctrica de la línia de sensat ϕ_s .

Figura 5.12: Simulació elèctrica del Cas B on s'avalua un sensor amb un salt d'impedància amb una línia de sensat de baixa impedància

5.2.2 Cas C (línia de disseny de baixa impedància de 90 graus en cascada amb una línia de sensat de 90 graus d'alta impedància)

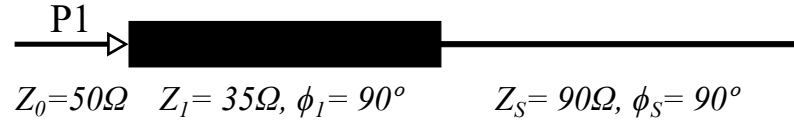
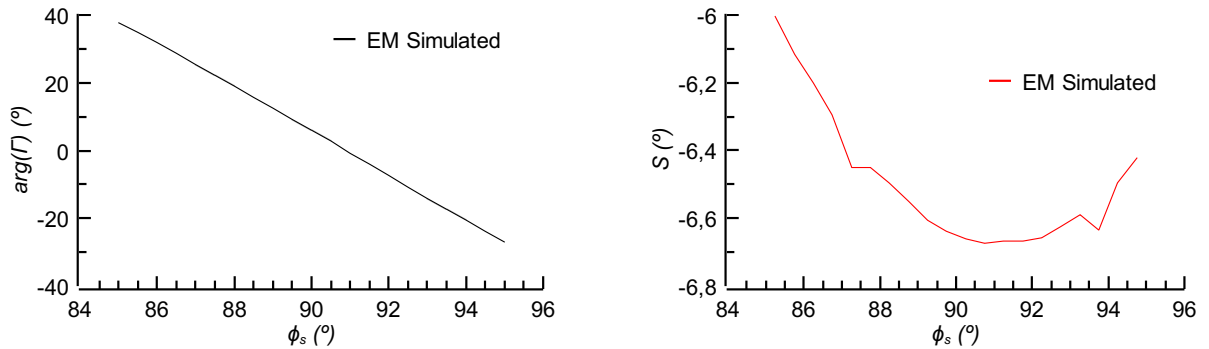


Figura 5.13: Layout d'un sensor amb línia de disseny de 90° i d'impedància menor a la de referència i línia de sensat de 90° amb una impedància més gran que la de referència.

Per al Cas C s'ha dissenyat una línia de sensat igual que al Cas A (90° i 90 Ω), però ara entre el port i aquesta línia hi ha una línia de disseny d'impedància 35 Ω per al substrat Rogers RO3010 amb una constant dielèctrica $\epsilon_r = 10.2$, això equival unes dimensions físiques de 2.25 mm d'ample i 27.40 mm de llarg (per a una freqüència d'1 GHz), representat a la figura 5.13.

A la figura 5.14 es pot veure un comportament semblant al cas anterior, però ara el màxim de sensibilitat és major, concretament de $S_{\phi_s} = -2 \frac{50-90}{35^2} = -7.35$ i la simulació dona un valor prou proper per les assumpcions que s'han fet anteriorment.



(a) Variació de fase del coeficient de reflexió Γ respecte la longitud elèctrica de la línia de sensat ϕ_s . És important denotar que aquest gràfic només mostra el detall de $\pm 5^\circ$ al voltant de 90°

(b) Sensibilitat en graus respecte la longitud elèctrica de la línia de sensat ϕ_s .

Figura 5.14: Simulació elèctrica del Cas B on s'avalua un sensor amb un salt d'impedància amb una línia de sensat de baixa impedància.

Capítol 6

Validació experimental

L'últim pas que es farà en aquest projecte és el disseny, fabricació i mesura d'un conjunt de sensors que permetran validar la teoria, així com ressaltar la importància de dissenyar el sensor de manera que aquest s'adeqüi el màxim de sensibilitat pel material de mesura que s'utilitzarà.

S'aprofita la taula 4.1 per definir quins sensors es fabricaran i es provaran. Respecte al concepte exposat al final de la secció 4.3, que destaca la importància de definir una constant dielèctrica propera als materials que es voldran mesurar a l'hora de calcular les mesures físiques, s'han fet dues versions de cada un dels casos mostrats a la taula 4.1.

Per tant, quatre dissenys, un per cada cas, on es suposa que es mesuraran petites variacions en aire, és a dir que la constant dielèctrica ϵ_{MUT} serà propera a 1, i quatre dissenys més que estaran sintonitzats a mesurar MUTs amb a una ϵ_{MUT} propera a 3.55. Aquest valor s'escull degut a que correspon a la constant dielèctrica del substrat Rogers RO4003C i per poder comparar les sensibilitats entre sensors. S'utilitzarà un porció d'aquest substrat perforat amb diferent densitat de forats per modificar-ne la seva ϵ_{MUT} i fer-la lleugerament més petita ja que hi haurà zones on hi haurà aire.

6.1 Fabricació

Per la fabricació dels propis sensors s'utilitzarà tecnologia microstrip amb el substrat Rogers RO3010 ($\epsilon_r = 10.2$, $\tan\delta = 0.0022$, $h = 1.27mm$), els dissenys treballaran a una freqüència de $f = 2$ GHz i seran fabricats amb la fresadora LPKF H100.

Com a materials de test s'utilitzaran:

- Aire ($\epsilon_{MUT} = 1$): el sensor sense cap element a sobre de la secció de sensat.
- PLA ($\epsilon_{MUT} \approx 3$): a sobre de la secció de sensat es posarà una peça impresa amb una impressora 3D de tipus FFF (fabricació de filament fos).
- RO4003C ($\epsilon_{MUT} = 3.55$): s'utilitzaran mostres de substrat directament a sobre de la secció de sensat.
- FR4 ($\epsilon_{MUT} = 4.4$): s'utilitzaran mostres de substrat directament a sobre de la secció de sensat.
- RO3010 ($\epsilon_{MUT} = 10.2$): s'utilitzaran mostres del mateix substrat directament a sobre de la secció de sensat.
- RO4003C poc perforat ($\epsilon_{MUT} < 3.55$): s'utilitzaran mostres de substrat directament a sobre de la secció de sensat, però aquest estarà perforat amb un patró de forats separats com mostra la figura 6.1a.
- RO4003C lleugerament perforat ($\epsilon_{MUT} << 3.55$): s'utilitzaran mostres de substrat directament a sobre de la secció de sensat, però aquest estarà perforat amb un patró de forats com mostra la figura 6.1b.
- RO4003C bastant perforat ($\epsilon_{MUT} <<< 3.55$): s'utilitzaran mostres de substrat directament a sobre de la secció de sensat, però aquest estarà perforat amb un patró de forats més junts com mostra la figura 6.1c.
- RO4003C molt perforat ($\epsilon_{MUT} <<<< 3.55$): s'utilitzaran mostres de substrat directament a sobre de la secció de sensat, però aquest estarà perforat amb un patró de forats molt junts com mostra la figura 6.1d.

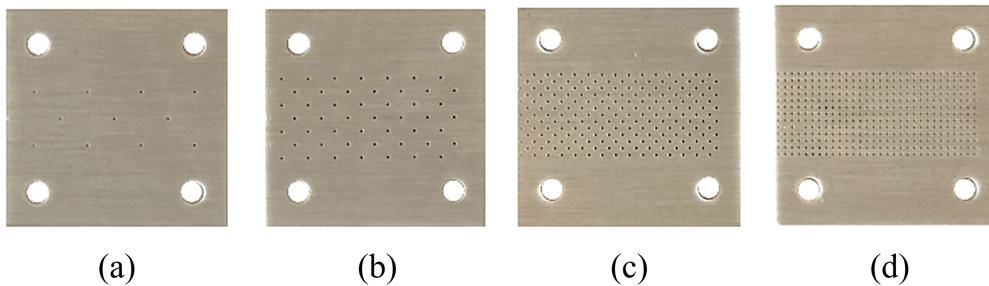


Figura 6.1: Mostres del substrat Rogers RO4003C amb diferents patrons de perforacions per a reduir la ϵ_{MUT} , a més forats la ϵ_{MUT} és més propera a 1.

Com que el principi de funcionament d'aquest tipus de sensors és que les línies de camp elèctric estiguin completament contingudes al MUT i al substrat del propi sensor, és important que:

- A l'hora de fer les mesures cal que la mostra estigui el més a prop possible a la línia de transmissió ja que com aquesta té un gruix pot aparèixer un "Air Gap", que alterarà la mesura degut a que les línies de camp no entraran directament al MUT sinó que hi haurà part d'aquestes viatjant en l'espai lliure. Per aquest motiu es fan uns forats als extrems dels sensors i mostres per poder utilitzar cargols i així mantenir la mostra el més a prop de la línia possible. Aquests cargols són de tefló, ja que si fossin de metall podrien transportar corrents no desitjats que alterarien la mesura, com es pot veure en la figura 6.2.
- També és important que les mostres que es vulguin mesurar tinguin un gruix suficient per que les línies de camp que surten per la part superior de la línia de transmissió només entrin al MUT i no arribin a sortir per l'altre extrem i entrin en contacte amb l'aire. Per assegurar-se que les línies de camp estan contingudes al MUT és necessari que els substrats s'apilin un a sobre de l'altre per aconseguir uns 3mm d'alçada sobre del sensor, com es pot veure en la figura 6.2. A les freqüències amb les que es treballa és suficient per contenir les línies de camp dins el MUT.

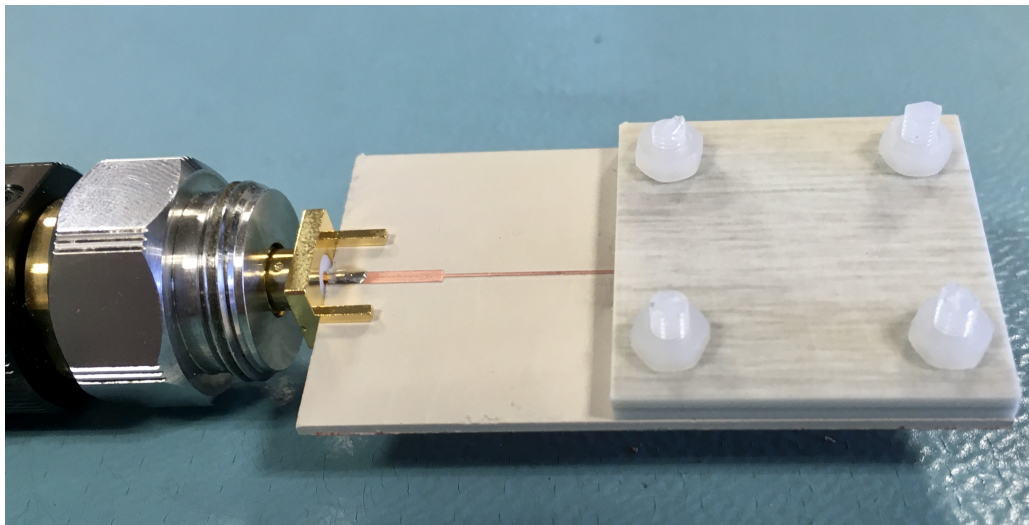


Figura 6.2: Mostra de 2 capes de substrat Rogers RO4003C a sobre d'un dels sensors fabricats, assegurat amb cargols de tefló. Això ajuda a reduir l'Air Gap i al posar 2 plaques de substrat s'assegura que el camp estarà contingut en el MUT.

Per poder fer les mesures s'utilitzarà un analitzadors de xarxes (Keysight N5221A de 4 ports, figura 6.3), utilitzant un sol port per analitzar el coeficient de reflexió a partir del terme S_{11} . La connexió entre l'equip i el sensor es farà a través d'un connector TE coaxial i una línia d'accés de 10mm a 50 Ω per soldar dit connector.

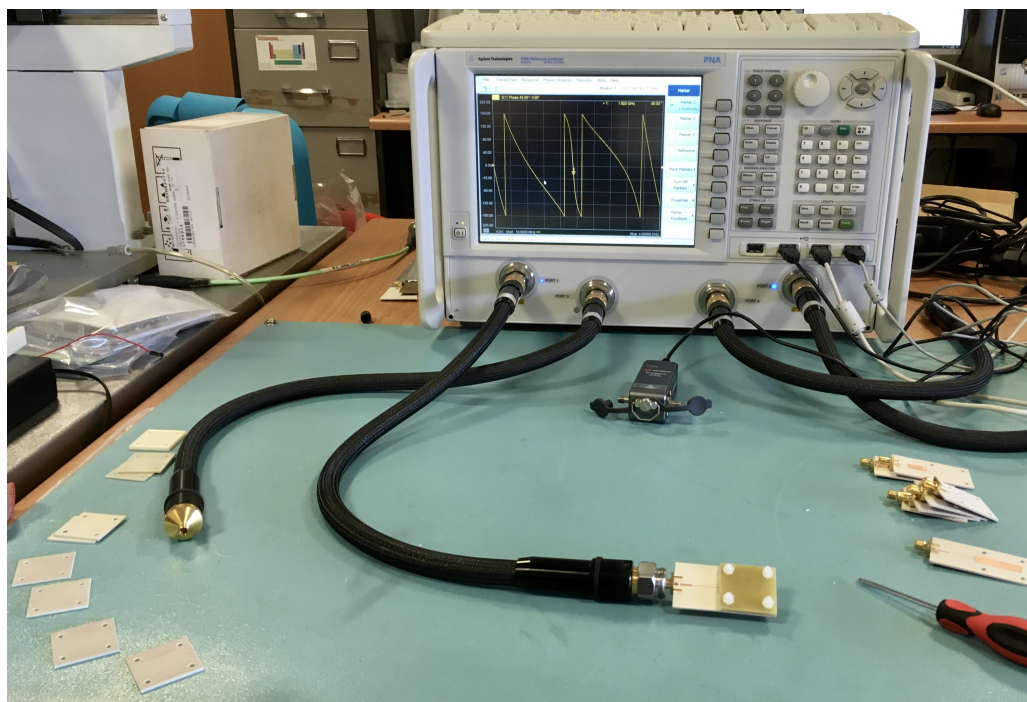


Figura 6.3: Procés de mesura amb l'analitzador de xarxes.

Degut a que segurament els dissenys no tindran la resposta esperada just a la freqüència de disseny per limitacions en la fabricació, s'aplica el següent procediment per determinar el valor de desfasament:

Per a cada un dels sensors, primer s'analitza la resposta per a la sintonització adient, és a dir pel cas dels sensors sintonitzats per aire es fa una mesura sense cap element a sobre i pels casos sintonitzats per a RO4003C es fa aquesta primera mesura posant a sobre el substrat corresponent. Un cop s'obté aquesta mesura de referència s'analitza com es mostra a la figura 6.4. Just a la freqüència on s'obté la màxima sensibilitat el terme S_{11} experimenta pèrdues en amplitud, s'aprofita això per determinar a quina freqüència es prendran les mesures de la resta de materials.

En total es faran 9 mesures de la variació de fase observada al port d'entrada per cada un dels 8 sensors, 5 mesures amb els diferents MUTs i 4 amb les mostres perforades.

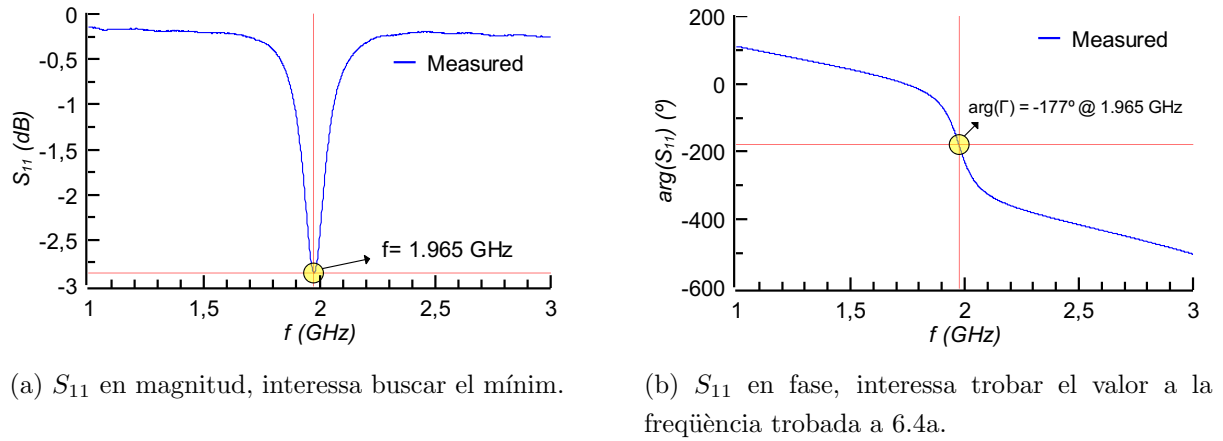


Figura 6.4: Determinar a quina freqüència prendre les mesures per a un sensor

6.2 Disseny

Un cop definit el procediment de mesura es detallarà el procés de disseny per dels sensors.

Per definir les mides físiques de les línies que conformen els sensors primer s'ha utilitzat MATLAB per poder treballar de manera còmode les expressions teòriques, tant les de disseny de salt d'impedàncies del capítol 4 com les equacions generals de disseny de les línies microstrip del capítol 3. Si s'implementessin directament aquests valors, els sensors segurament no funcionarien de la forma esperada. Ja que els models utilitzats per obtenir els valors no són perfectes, per això s'utilitzarà el simulador electromagnètic *Momentum ADS* per arribar a determinar valors més realistes. Això s'aconsegueix gràcies a que aquest simulador utilitza el mètode de moments per a calcular els corrents que circulen pel disseny, aquest procés genera una resposta que és més semblant a la realitat en vers a càlculs teòrics amb models aproximats o utilitzant el simulador elèctric.

Però per avaluar la resposta dels sensors complets s'han utilitzat simulacions electro-magnètiques per cada una de les seccions del sensor i posteriorment s'han unit amb el simulador elèctric d'ADS. Aquesta configuració ha sigut necessària degut a que Momentum treballa amb plans semi-infinitos homogenis i no permetien simular un entorn on el material de test només està sobre de la línia de sensat i no a sobre de la línia de disseny. Per obtenir resultats més acurats s'hauria de fer la simulació amb HFSS o CTS però degut a que els resultats no varien massa s'han donat per bons.

6.2.1 Obtenció de valors teòrics

Amb l'ajuda de MATLAB s'obtenen els valors d'amplada W i llargada l de les línies segons el sensor que es vulgui implementar.

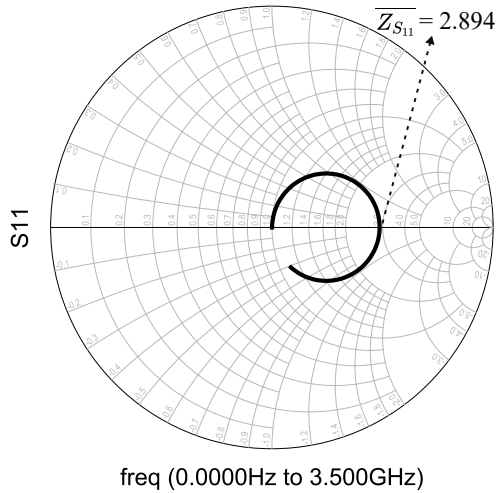
S'han generat unes funcions de disseny (disponibles a l'annex 8.2) que prenen com a entrada les propietats del substrat, la freqüència de treball, les impedàncies que es volen implementar, la constant dielèctrica del material que hi ha a sobre de la línia (per sintonitzar el sensor a una ε_{MUT} concreta) i produeix les mides d'ample i llarg que han de tenir els sensors.

6.2.2 Verificar Amplades

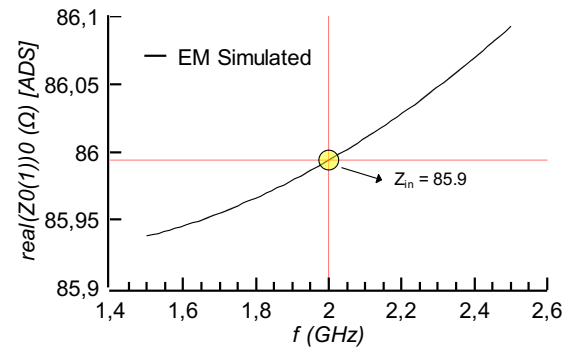
L'amplada de la línia teòrica no ha de ser necessàriament la mateixa que s'acaba implementant, ja que no es tenen en compte els efectes als marges de la línia. Per obtenir valors que siguin més propers a la realitat s'ha utilitzat el simulador electromagnètic per verificar que l'ample de la línia és correcte per obtenir un valor d'impedància més real tenint en compte el medi que envolta la línia així com les pèrdues en el dielèctric i conductor.

Aquest procediment consisteix en generar un *Layout* amb els valors obtinguts al pas anterior, només per una secció de línia, afegir ports de $50\ \Omega$ als extrems de la línia i utilitzant diferents mètodes es verifica que el valor de la impedància característica és l'esperat al disseny original. Per exemple es pot analitzar la carta d'Smith del terme S_{11} per a un rang de freqüències: quan a la carta s'observi un tall amb l'eix real, que no sigui el centre de la carta, aquest punt l'element mesurat es comporta com un convertidor de $\lambda/4$. D'aquesta dada es pot extreure el valor de la impedància de la línia, agafant el valor d'impedància normalitzada de la figura 6.5a al punt abans comentat i aplicant $Z_{in} = Z_0 \cdot \sqrt{Z_{S_{11}}}$ $\rightarrow 50 \cdot \sqrt{2.894} = 85.06\ \Omega$.

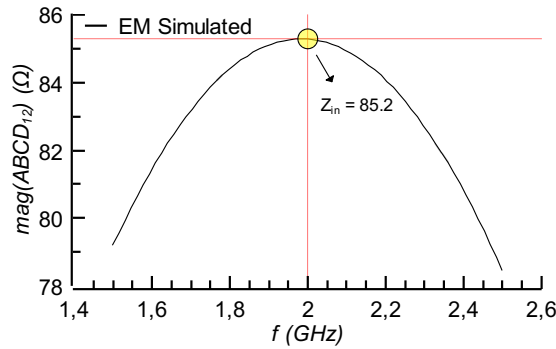
Una altre opció és aprofitar les funcions que integra Momentum per determinar la impedància que es veu a l'entrada de la línia, el resultat d'aplicar aquesta funció es pot veure a la figura 6.5b. Una altre forma és obtenint la matriu ABCD a partir de la matriu S, es pot extreure la impedància característica a raó de $B = jZ \sin(\phi)$ i s'aïlla Z trobant el valor del mòdul de B. És important denotar que per aplicar aquest mètode la línia ha de ser de 90° per a que el $\sin(\phi)$ sigui 1.



(a) Determinar la impedància d'entrada a partir del tall per l'eix real a la carta d'Smith.



(b) Determinar impedància d'entrada amb l'ajuda del la funció integrada en Momentum per obtenir la impedància d'entrada.



(c) Determinar impedància d'entrada a partir del terme B la matriu ABDC, és necessari que en aquest cas la línia sigui de 90°.

Figura 6.5: Verificació del ample de línia per la línia de sensat de 90 graus a 85 Ω

En aquest punt es pot modificar el disseny original degut a que si les impedàncies que s'havien pensat originalment no es poden implementar amb les tecnologies que es disposen al laboratori. En aquest treball, perquè totes les línies es puguin implementar amb els mateixos valors d'impedància alta i baixa, s'han agafat els valors de **15 Ω** i **85 Ω**. En el cas de la impedància baixa la línia és suficientment estreta per no tenir problemes amb línies excessivament amples, en el cas d'alta impedància la línia és suficientment ampla per que la fresadora la pugui fabricar.

6.2.3 Verificar longituds

De la mateixa manera que s'ha verificat l'ample de línia perquè tingui una impedància característica concreta també és necessari verificar que la línia dissenyada té la longitud elèctrica correcta, aquesta es pot acabar d'afinar modificant la longitud física. Com ja s'ha discutit anteriorment, tenir una longitud elèctrica correcta, és un factor determinant perquè el sensor compleixi amb les especificacions de sensibilitat esperades. El principal fenomen que els models teòrics no tenen en compte són els efectes de *fringing* a les vores de la línia. Aquest efecte apareix com una càrrega capacitiva paràsita al final de la línia de transmissió, cosa que provoca una reducció de la longitud física per obtenir el desfasament esperat.

El procediment per determinar les longituds de línia finals és avaluar el disseny afinat per a la impedància desitjada i mirar el desfasament observat des del port d'entrada mantenint el circuit obert a l'altre extrem. Si el desfasament és el doble del valor de la longitud elèctrica del sensor vol dir que és la mida correcta. Degut a que la fresadora té una precisió finita, difícilment es podrà obtenir un valor exacte que compleixi amb els requeriments de sensibilitat del disseny original però serà prou proper.

Un cop verificats els valors es poden fer els 8 dissenys:

- 4 amb un sol salt d'impedància
 - 2 sintonitzats per aire
 - * Cas A: línia de sensat de 90° . (secció 6.3.1.1)
 - * Cas B: línia de sensat de 180° . (secció 6.3.1.3)
 - 2 sintonitzats per RO4003C
 - * Cas A: línia de sensat de 90° . (secció 6.3.1.2)
 - * Cas B: línia de sensat de 180° . (secció 6.3.1.4)
- 4 amb línia de disseny per augmentar encara més la sensibilitat
 - 2 sintonitzats per aire
 - * Cas C: línia de disseny de 90° i línia de sensat de 90° . (secció 6.3.2.1)
 - * Cas D: línia de disseny de 90° i línia de sensat de 180° . (secció 6.3.2.3)
 - 2 sintonitzats per RO4003C
 - * Cas C: línia de disseny de 90° i línia de sensat de 90° . (secció 6.3.2.2)
 - * Cas D: línia de disseny de 90° i línia de sensat de 180° . (secció 6.3.2.4)

6.3 Validació de sensors

En aquesta secció es mostren les mesures i simulacions dels sensors dissenyats. A la secció 6.4 es farà el comentari dels resultats.

Les mesures dels sensors sense línia de disseny s'han comparat amb valors simulats amb ADS (Momentum + simulador elèctric) i teòrics calculats a partir de les equacions del annex 8.1 basat en l'apèndix A de la referència [Ena20] que tenen en compte la variació de les impedàncies quan el sensor treballa fora de la zona de sintonització, s'ha utilitzat MATLAB per generar els valors (primera part de script del annex 8.2).

Pels sensors amb línies de disseny només es comparen respecte la simulació amb ADS (Momentum + simulador elèctric) i amb el valor teòric de sensibilitat només al punt de sintonització corresponent de cada sensor.

Les mesures i simulacions es troben a la següent pàgina.

6.3.1 Sensors només amb línia d'accés i línia de sensat

6.3.1.1 Sensor de 90 graus, 85 Ω sintonitzat per Aire

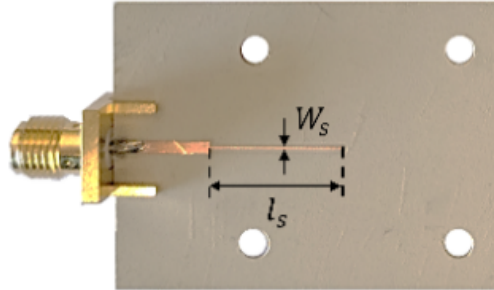
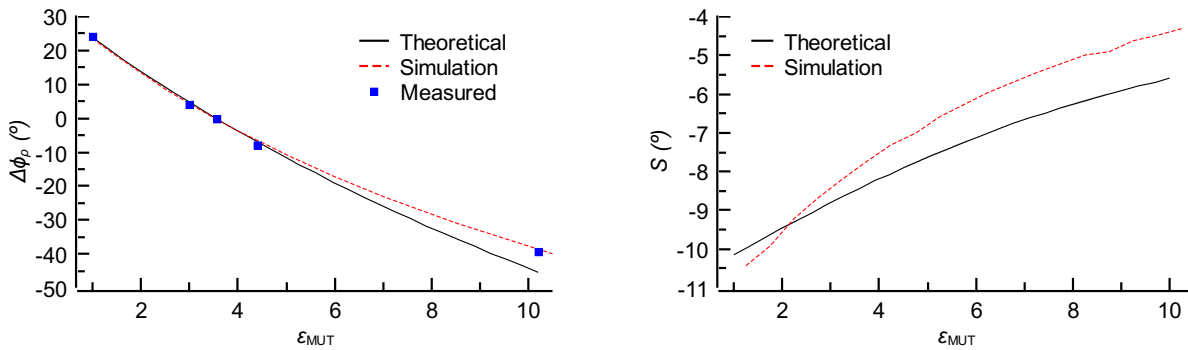


Figura 6.6: Sensor de 90° sense línia de disseny sintonitzat per aire. Dimensions (en mm) $W_S = 0.32$ i $l_S = 14.6$.



(a) Variació de fase normalitzada per la mostra de RO4003C respecte la permitivitat dielèctrica del MUT ϵ_{MUT} . Comparativa dels valors teòrics, els valors simulats amb ADS i les mesures efectuades en laboratori.

(b) Sensibilitat en graus respecte la variació de la constant dielèctrica del MUT ϵ_{MUT} . Comparativa dels valors teòrics i els valors simulats amb ADS.

Figura 6.7: Valors resultants de l'anàlisi teòric, simulat i mesurat del sensor de la figura 6.6.

Aquest sensor al estar sintonitzat per aire assegura que quan el MUT té una $\epsilon_{MUT} = 1$ la longitud elèctrica per al senyal de 2 GHz serà exactament de 90° i per tant tindrà el màxim de sensibilitat per aquesta constant dielèctrica i longitud física. En aquest cas coincideix que els valors màximament negatius de sensibilitat són els de la regió on treballa el sensor, com podem veure a la figura 6.7b.

6.3.1.2 Sensor de 90 graus, 85 Ω sintonitzat per al substrat RO4003C

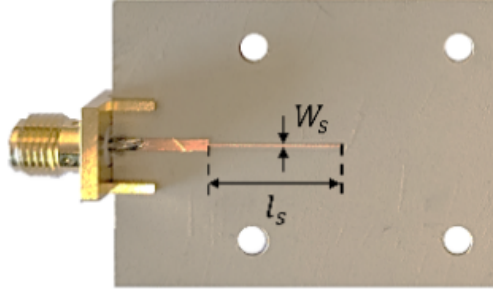
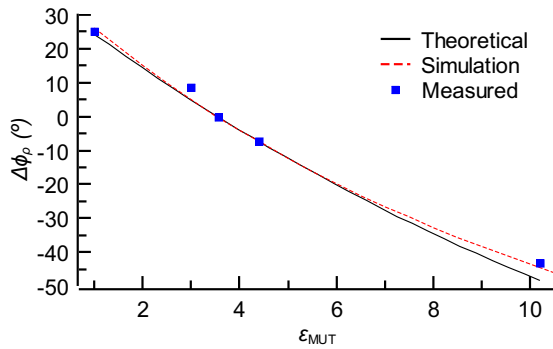
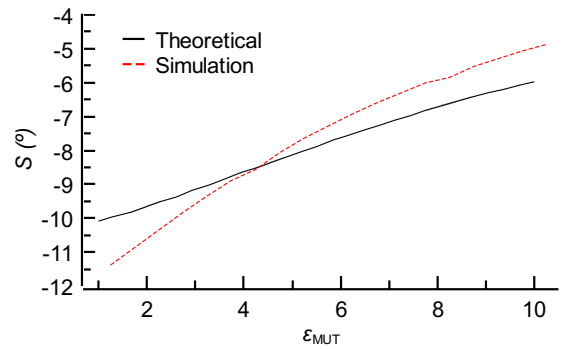


Figura 6.8: Sensor de 90° sense línia de disseny sintonitzat per RO4003C. Dimensions (en mm) $W_S = 0.235$ i $l_S = 13.5$.



(a) Variació de fase normalitzada per la mostra de RO4003C respecte la permitivitat dielèctrica del MUT ϵ_{MUT} . Comparativa dels valors teòrics, els valors simulats amb ADS i les mesures efectuades en laboratori.



(b) Sensibilitat en graus respecte la variació de la constant dielèctrica del MUT ϵ_{MUT} . Comparativa dels valors teòrics i els valors simulats amb ADS.

Figura 6.9: Valors resultants de l'anàlisi teòric, simulat i mesurat del sensor de la figura 6.8.

Aquest sensor al estar sintonitzat per Rogers RO4003C assegura que quan el MUT té una $\epsilon_{MUT} = 3.55$ la longitud elèctrica per al senyal de 2 GHz serà exactament de 90° i per tant tindrà el màxim de sensibilitat per a aquesta constant dielèctrica i longitud física. En aquest cas no es compleix que els valors màximament negatius de sensibilitat són els de la regió on treballa el sensor, com podem veure a la figura 6.9b. Es pot veure que per aire la sensibilitat és millor ja que al tenir una ϵ_{MUT} menor la sensibilitat augmenta. Però si es compara la sensibilitat just a $\epsilon_{MUT} = 3.55$ el sensor sintonitzat per a Rogers RO4003C té un valor lleugerament millor. Aquest fenomen apareix degut a que els valors de les impedàncies característiques i les longituds

elèctriques depenen de la constant dielèctrica efectiva ε_e , com s'ha vist al capítol 3. Al variar aquestes propietats del sensor la sensibilitat es va degradant.

6.3.1.3 Sensor de 180 graus, 15 Ω sintonitzat per Aire

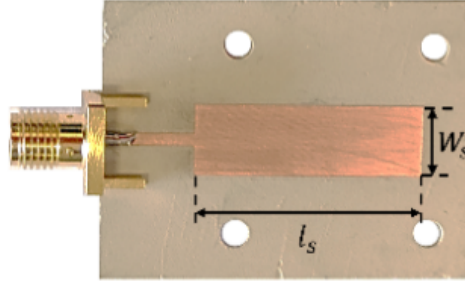
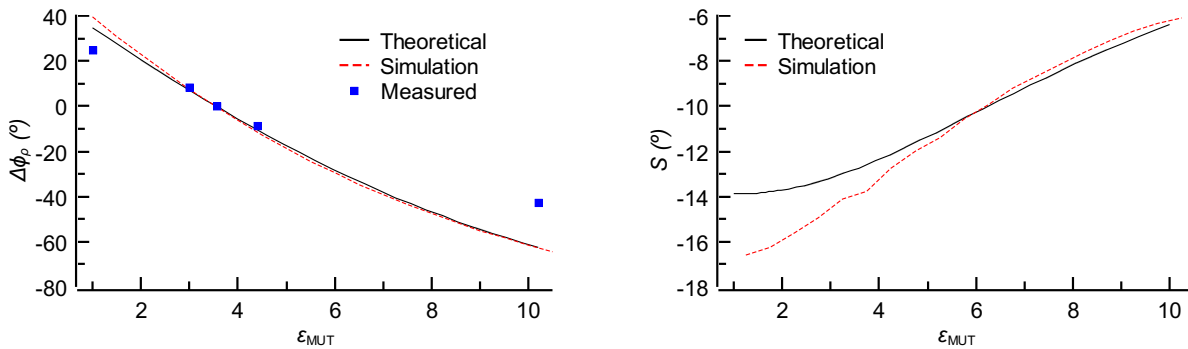


Figura 6.10: Sensor de 180° sense línia de disseny sintonitzat per Aire. Dimensions (en mm) $w_s = 7.8$ i $l_s = 25.2$.



(a) Variació de fase normalitzada per la mostra de RO4003C respecte la permitivitat dielèctrica del MUT ε_{MUT} . Comparativa dels valors teòrics, els valors simulats amb ADS i les mesures efectuades en laboratori.

(b) Sensibilitat en graus respecte la variació de la constant dielèctrica del MUT ε_{MUT} . Comparativa dels valors teòrics i els valors simulats amb ADS.

Figura 6.11: Valors resultants de l'anàlisi teòric, simulat i mesurat del sensor de la figura 6.10.

En aquest sensor podem veure les mateixes propietats que el sensor del apartat 6.3.1.1 respecte la sintonització en aire, però la sensibilitat és major ja que la relació d'impedàncies proporciona una sensibilitat respecte la longitud elèctrica més alta. Utilitzant les equacions de la taula 4.1 es pot veure que pel cas de 85 Ω : $-2 \cdot \frac{85}{50} = -3.4$ i és menor que pel cas de 15 Ω : $-2 \cdot \frac{50}{15} = -6.6$.

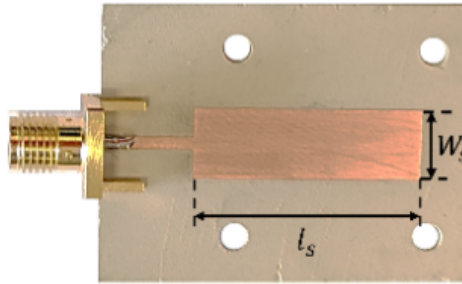
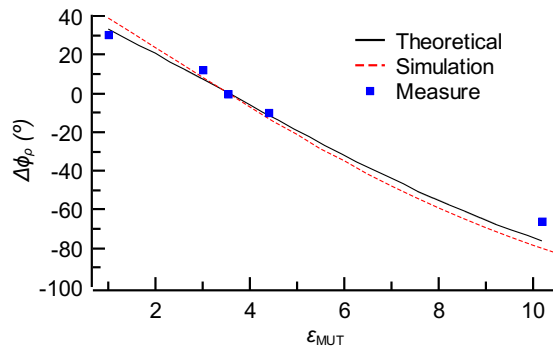
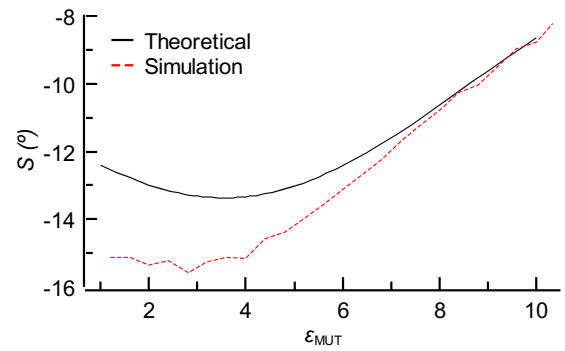
6.3.1.4 Sensor de 180 graus, 15 Ω sintonitzat per al substrat RO4003C

Figura 6.12: Sensor de 180° sense línia de disseny sintonitzat per RO4003C. Dimensions (en mm) $W_s = 7.5$ i $l_s = 24.4$.



(a) Variació de fase normalitzada per la mostra de RO4003C respecte la permitivitat dielèctrica del MUT ϵ_{MUT} . Comparativa dels valors teòrics, els valors simulats amb ADS i les mesures efectuades en laboratori.



(b) Sensibilitat en graus respecte la variació de la constant dielèctrica del MUT ϵ_{MUT} . Comparativa dels valors teòrics i els valors simulats amb ADS.

Figura 6.13: Valors resultants de l'anàlisi teòric, simulat i mesurat del sensor de la figura 6.12.

En aquest sensor sintonitzat per RO4003C sí que es pot apreciar que la millor sensibilitat respecte el rang complet de ϵ_{MUT} coincideix amb el valor pel qual està sintonitzat. Això és degut a que l'aportació de la sensibilitat dependent de les impedàncies és major a la part de la que depèn només de la línia de sensat.

6.3.2 Simulacions de sensors amb línia d'accés, línia per millorar sensibilitat i línia de sensat

6.3.2.1 Sensor de 90 graus, 85 Ω sintonitzat per Aire, amb línia de disseny de baixa impedància (15 Ω de 90 graus)

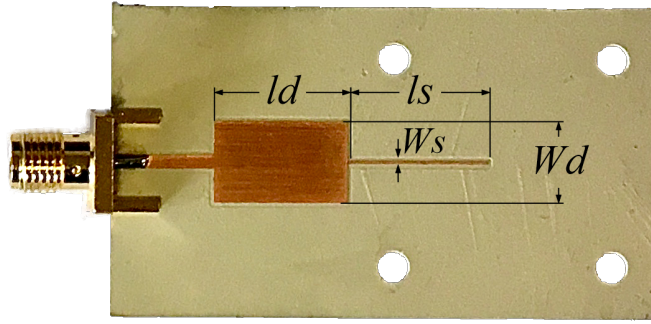
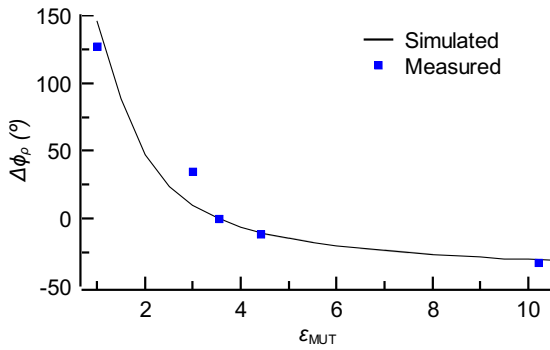
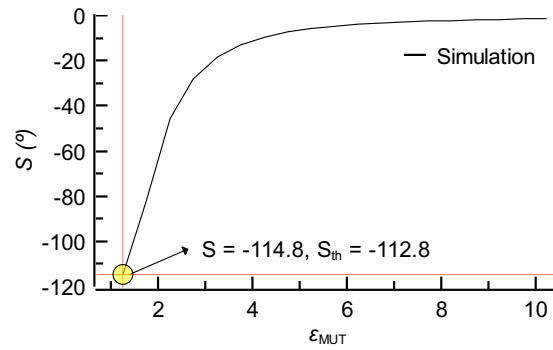


Figura 6.14: Sensor amb línia de disseny de baixa impedància de 90°, amb línia de sensat d'alta impedància i 90° sintonitzat per Aire. Dimensions (en mm) $W_d = 7.5$, $l_d = 12.8$, $W_s = 0.32$ i $l_s = 14.6$.



(a) Variació de fase normalitzada per la mostra de RO4003C respecte la permitivitat dielèctrica del MUT ϵ_{MUT} . Comparativa dels valors simulats amb ADS i les mesures efectuades en laboratori.



(b) Sensibilitat en graus respecte la variació de la constant dielèctrica del MUT ϵ_{MUT} . Comparativa dels valors teòrics i els valors simulats amb ADS.

Figura 6.15: Valors resultants de l'anàlisi teòric, simulat i mesurat del sensor de la figura 6.14.

Aquest primer sensor que implementa una línia de sensat es veu com la mesura la sensibilitat augmenta notablement, fins arribar a valors de -110°, respecte als sensors anteriorment mostrats. Aquest sensor demostra clarament la teoria de com les estructures de salt d'impedància poden millorar notablement la sensibilitat d'un sensor de microones.

6.3.2.2 Sensor de 90 graus, 85 Ω sintonitzat per al substrat RO4003C, amb línia de disseny de baixa impedància (15 Ω de 90 graus)

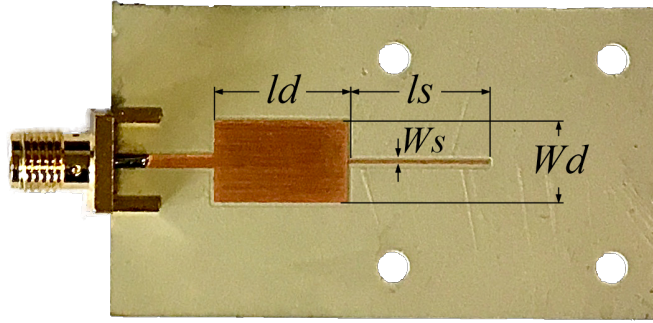
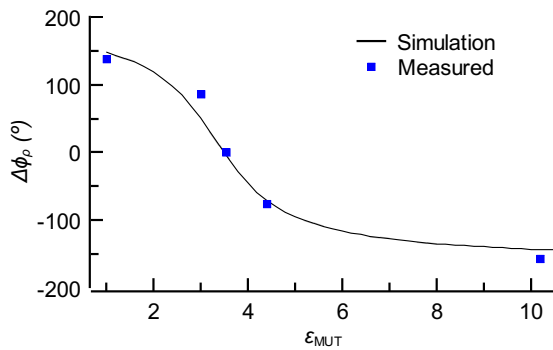
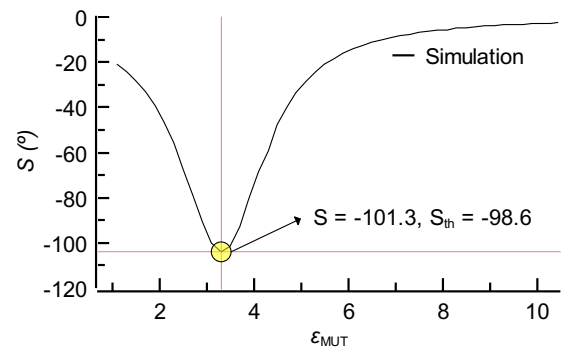


Figura 6.16: Sensor amb línia de disseny de baixa impedància de 90°, amb línia de sensat d'alta impedància i 90° sintonitzat per RO4003C. Dimensions (en mm) $W_d = 7.5$, $l_d = 12.8$, $W_s = 0.235$ i $l_s = 13.5$.



(a) Variació de fase normalitzada per la mostra de RO4003C respecte la permitivitat dielèctrica del MUT ε_{MUT} . Comparativa dels valors simulats amb ADS i les mesures efectuades en laboratori.



(b) Sensibilitat en graus respecte la variació de la constant dielèctrica del MUT ε_{MUT} . Comparativa dels valors teòrics i els valors simulats amb ADS.

Figura 6.17: Valors resultants de l'anàlisi teòric, avaluat al punt d'interès, i simulats del sensor de la figura 6.16.

A la figura 6.17b es pot veure clarament l'efecte de la sintonització del sensor per al MUT de $\varepsilon_{MUT} = 3.55$ ja que al separar-se d'aquesta constant dielèctrica la sensibilitat es degrada notablement per l'efecte de la variació d'impedància característica de les línies.

6.3.2.3 Sensor de 180 graus, 15 Ω sintonitzat per Aire, amb línia de disseny d'alta impedància (85 Ω de 90 graus)

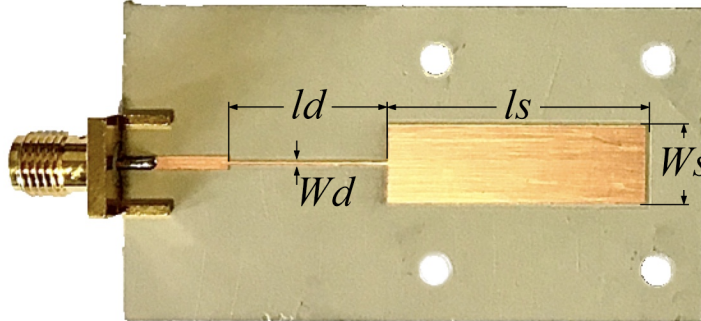
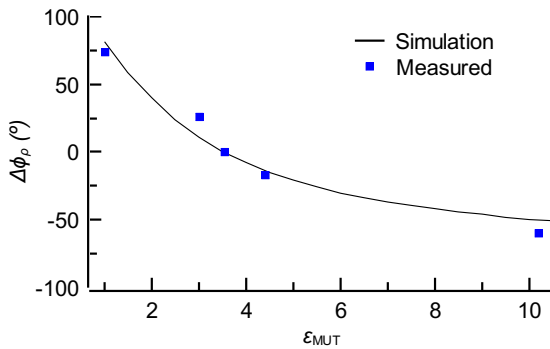
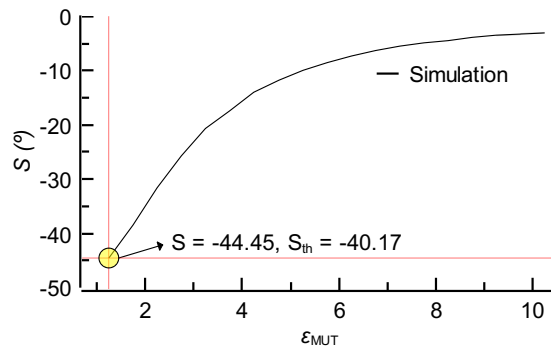


Figura 6.18: Sensor amb línia de disseny d'alta impedància de 90°, amb línia de sensat de baixa impedància i 180° sintonitzat per Aire. Dimensions (en mm) $W_d = 0.32$, $l_d = 14.6$, $W_s = 7.8$ i $l_s = 25.2$.



(a) Variació de fase normalitzada per la mostra de RO4003C respecte la permitivitat dielèctrica del MUT ϵ_{MUT} . Comparativa dels valors simulats amb ADS i les mesures efectuades en laboratori.



(b) Sensibilitat en graus respecte la variació de la constant dielèctrica del MUT ϵ_{MUT} . Comparativa dels valors teòrics i els valors simulats amb ADS.

Figura 6.19: Valors resultants de l'anàlisi teòric, avaluat al punt d'interès, i simulats del sensor de la figura 6.18.

Aquest sensor té una sensibilitat menor al anterior degut a la relació d'impedàncies. Podem observar que com el substrat amb el que hem fabricat el sensor té una permitivitat dielèctrica alta ($\epsilon_r = 10.2$), aquest no permet aconseguir impedàncies massa altes, ja que les línies han de ser molt amples, per tant els casos on el terme de la impedància alta és el més prominent (està al quadrat) en les equacions de la taula 4.1 la sensibilitat és més difícil que sigui elevada.

6.3.2.4 Sensor de 180 graus, $15\ \Omega$ sintonitzat per al substrat RO4003C, amb línia de disseny d'alta impedància ($85\ \Omega$ de 90 graus)

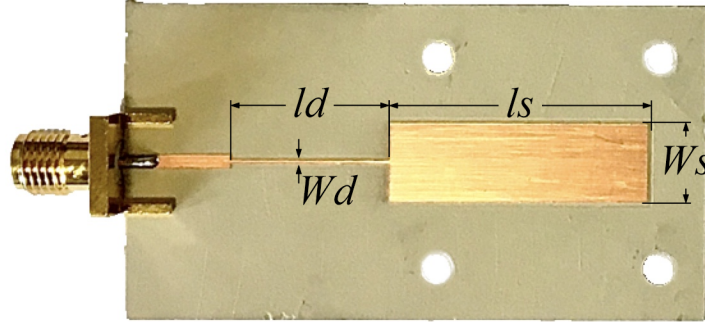
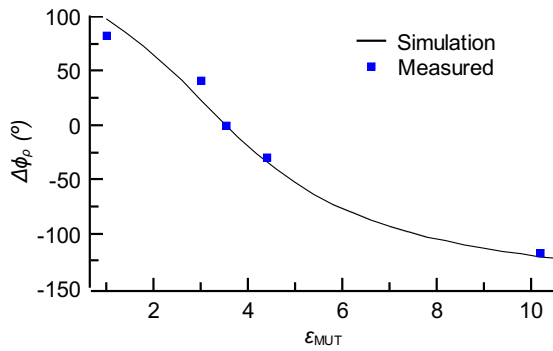
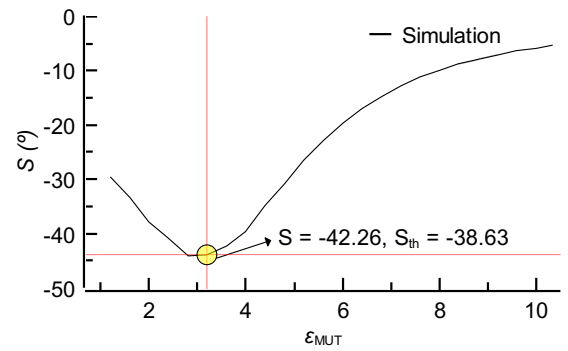


Figura 6.20: Sensor amb línia de disseny d'alta impedància de 90° , amb línia de sensat de baixa impedància i 180° sintonitzat per RO4003C. Dimensions (en mm) $W_d = 0.32$, $l_d = 14.6$, $W_s = 7.5$ i $l_s = 24.4$.



(a) Variació de fase normalitzada per la mostra de RO4003C respecte la permitivitat dielèctrica del MUT ϵ_{MUT} . Comparativa dels valors simulats amb ADS i les mesures efectuades en laboratori.



(b) Sensibilitat en graus respecte la variació de la constant dielèctrica del MUT ϵ_{MUT} . Comparativa dels valors teòrics i els valors simulats amb ADS.

Figura 6.21: Valors resultants de l'anàlisi teòric, avaluat al punt d'interès, i simulats del sensor de la figura 6.20.

En aquest últim cas es pot veure que la sensibilitat també és prou elevada per veure l'efecte de la sintonització del sensor per la mostra de Rogers RO4003C.

6.4 Comentari de Resultats

De tots els sensors anteriorment provats podem destacar el sensor amb línia de disseny de 90° i impedància de $15\ \Omega$ i amb la línia de sensat també de 90° i $85\ \Omega$, degut a que és el sensor que presenta major sensibilitat respecte la resta. Això és degut a que al utilitzar un substrat d'alta permitivitat dielèctrica per fabricar el sensor que pot arribar a produir línies amb impedàncies molt baixes fa que el guany de sensibilitat en el Cas C de la taula 4.1 sigui gran.

Si analitzem l'equació de la sensibilitat respecte ϕ_S per aquest cas (equació 6.1) podem veure que el terme on la impedància és petita és al denominador i elevat al quadrat (s'ha utilitzat Z_1^L per indicar que es de baixa impedància i Z_S^H per indicar alta impedància), per tant si aquest és petit la sensibilitat serà major (en termes absoluts).

$$S_{\phi_S} = -2 \frac{Z_0 Z_S^H}{(Z_1^L)^2} \quad (6.1)$$

Com $\frac{85}{50} < \frac{50}{15}$ els sensors on la impedància baixa tingui més rellevància (per estar al quadrat) s'observarà millor sensibilitat que els casos on l'alta impedància tingui més pes a l'hora de definir dita sensibilitat.

Per tant, pel substrat utilitzat els sensors amb millor sensibilitat són els que implementen el Cas B, per a sensors sense línia de disseny, i els que implementen el Cas C, per a sensors amb línia de disseny.

A les figures (a) dels diferents sensors validats experimentalment s'ha comprovat que els valors teòrics o simulats fossin semblants als mesurats. Es pot veure que la majoria de valors estan molt aprop del valor esperat, excepte el valor de $\varepsilon_{MUT} = 3$ que correspon a la mostra de PLA, que sistemàticament té un valor de constant dielèctrica inferior al esperat. Això pot ser degut a que el model de construcció per FFF pot deixar espais buits dins la mostra i pot rebaixar el valor de la constant dielèctrica total de la mostra. Un altre valor que sobretot en els casos 6.3.1.3 i 6.3.1.4 sembla que s'allunya del valor esperat és de $\varepsilon_{MUT} = 10.2$ aquesta variació pot ser deguda a que al apilar 2 plaques de substrat RO3010 aquests no arriben exactament a fer 3 mm d'alçada i el camp elèctric podria no estar completament contingut en la mostra, motiu pel qual s'observa la diferència en la mesura.

Respecte la mesura dels casos perforats es destacaran dos comparacions d'interès:

- Mesura de substrats perforats comparant sensor sintonitzat per aire o per RO4003C: a la figura 6.22 estan representats les variacions de fase del coeficient de reflexió al posar les diferents mostres de substrat RO4003C perforades normalitzat a la mostra sense forats. Tot i utilitzar sensors molt semblants, línia de disseny de 90° $15\ \Omega$ i línia de sensat de 90° $85\ \Omega$ (90_Air_SI correspon al de la secció 6.3.2.1 i 90_RO4003C_SI correspon

al de la secció 6.3.2.2). Un d'ells està sintonitzat per mesurar MUTs amb la constant dielèctrica propera a 3.55 (90_RO4003C_SI) i l'altre per treballar amb materials propers a l'aire. Això provoca que el sensor sintonitzat per a treballar amb mostres de substrat RO4003C experimenta variacions de fase més grans que el cas que està sintonitzat per aire.

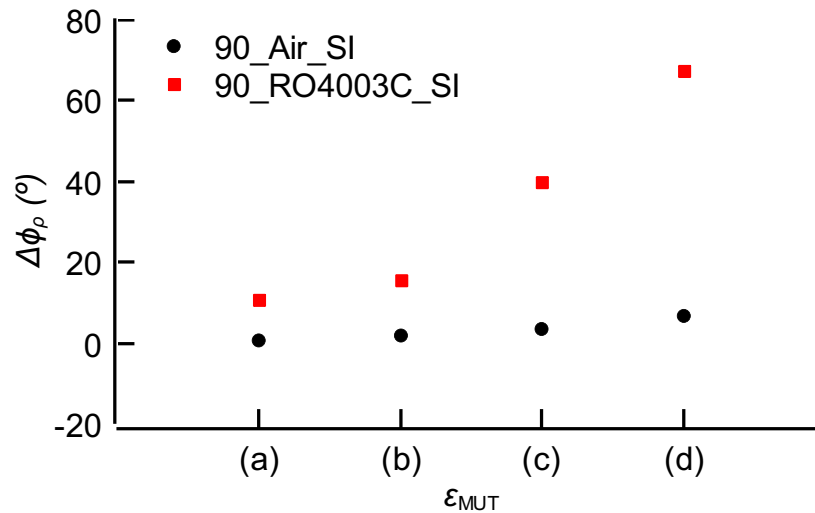


Figura 6.22: Comparativa entre sensors sintonitzats per aire o per RO4003C, mesurant la fase observada a l'entrada del sensor al mesurar les mostres perforades de la figura 6.1.

Aquests resultats són els esperats ja que com s'ha demostrat anteriorment al tenir un sensor sintonitzat al voltant d'una permitivitat dielèctrica concreta fa que tingui el millor rendiment si es mesuren materials al voltant d'aquella permitivitat.

- Mesura de substrats perforats comparant sensor de línia físicament estreta o ample: la figura 6.23 mostra les dades de manera semblant a la figura anterior, però ara es compara un sensor que la seva línia de sensat és estreta (90_RO4003C secció 6.3.1.2) i un altre sensor on la línia de sensat és ample (180_RO4003C secció 6.3.1.4). A la figura 6.23 es veu clarament que el sensor de línia estreta (90_RO4003C) té millor sensibilitat que el de línia ampla tot i que les sensibilitats simulades diuen exactament el contrari. Això es pot deure a la forma de perforar el substrat: pel cas de la línia estreta els forats individuals tenen una mida comparable a l'amplada de la pròpia línia de sensat, això pot implicar que gran part del camp elèctric estigui contingut en un d'aquests forats. En canvi en el cas de les línies de baixa impedància la línia és molt més ampla que un sol forat i com les línies de camp es concentren als extrems de la línia pot ser que els forats centrals no afectin massa a la mesura.

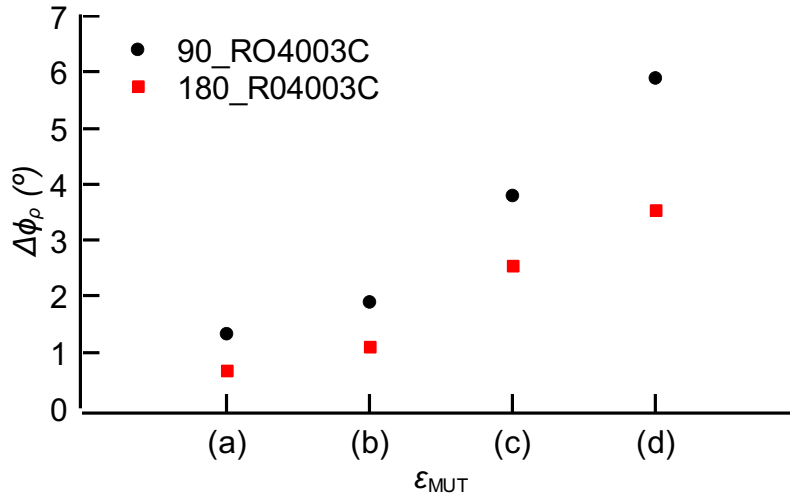


Figura 6.23: Comparativa entre sensors sintonitzats per R04003C de línia estreta o ample, mesurant la fase observada a l'entrada del sensor al mesurar les mostres perforades de la figura 6.1.

Per tant podem concloure que utilitzar plaques perforades per a fer variacions de ϵ_{MUT} serveix, però s'ha de tenir en compte que els forats són discrets i no permeten generar un MUT completament homogeni, motiu que pot generar mesures no esperades com les de la figura 6.23. Aquest fenomen també s'observa en el cas d'utilitzar sensors amb línia de disseny com mostra la figura 6.24.

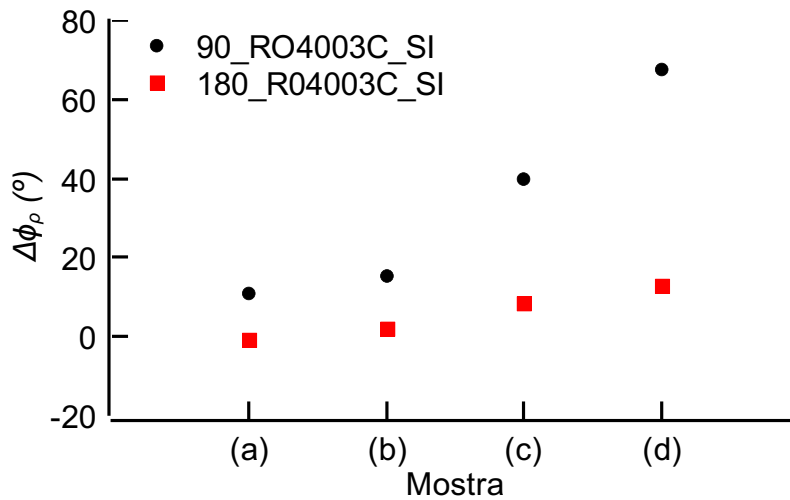


Figura 6.24: Comparativa entre sensors sintonitzats per R04003C de línia estreta o ample amb línia de disseny de 90°, mesurant la fase observada a l'entrada del sensor al mesurar les mostres perforades de la figura 6.1.

Capítol 7

Conclusions

Aquest treball de fi de grau ha complert amb els objectius inicials degut a que s'ha arribat a fabricar i mesurar un disseny fet des de zero aplicant els coneixements obtinguts a la part d'anàlisi teòric, a més els resultats són bastant semblants a les simulacions i a la teoria. També s'han explorat les tècniques i processos per arribar a generar un disseny funcional d'un circuit de microones.

Per arribar a fer els diferents dissenys s'ha fet un anàlisi exhaustiu de la teoria que envolta la propagació d'ones en un medi concret, en aquest cas el de la línia microstrip tenint en compte el medi just a sobre de la línia. Aquest anàlisi ha servit per poder determinar les equacions bàsiques de disseny per desenvolupar els sensors que compleixen amb els objectius inicials i va d'acord amb la motivació inicial del treball. També s'han utilitzat diferents entorns de simulació i de disseny de línies de transmissió per comprovar el funcionament dels sensors abans de ser fabricats, i així tenir una expectativa de valors esperats a l'hora de fer mesures reals. Per últim aquest treball ha pogut acabar amb la fabricació de diferents sensors i la possibilitat de poder efectuar mesures amb un PNA per determinar la constant dielèctrica de diferents materials.

Unes possibles línies futures podrien ser l'addició d'elements que permetin transformar la variació de fase en variació d'amplitud i així poder ser mesurats sense la necessitat d'un analitzador de xarxes. Això es podria aconseguir amb elements com un rat-race que resten 2 senyals, es podria fer un sensor diferencial el qual s'alimenta per un port amb un senyal periòdic, té dos elements, una zona de sensat on es posa un material de referència (REF) i un altre zona de sensat on estaria el material a mesurar (MUT). Aquestes zones estarien implementades amb els sensors presentats en aquest projecte, i una sortida que efectués una resta del senyal de referència al de sensat. Si els dos fossin iguals la sortida seria nul·la però si hi ha diferencia es podria mesurar un senyal amb amplitud no nul·la. D'aquesta manera es poden detectar petites variacions entre dos mostres, això pot ser útil per exemple en la detecció d'imperficcions en materials. Es a dir utilitzar el disseny proposat en aquest projecte per a fer un sensor en mode diferencial.

Un altre àmbit que es podria explorar referent a aquest projecte seria en implementar la zona de sensat amb metamaterials que permetin variacions de la velocitat de propagació més dràstiques i així poder augmentar encara més la sensibilitat.

Bibliografia

- [Che04] Linfeng Chen (ed.), *Microwave electronics: measurement and materials characterisation*, John Wiley, Chichester, 2004.
- [Ena20] Jonathan Muñoz Enano, Paris Vélez, Lijuan Su, Marta Gil, Pau Casacuberta, Ferran Martín, “On the Sensitivity of Reflective-Mode Phase-Variation Sensors Based on Open-Ended Stepped-Impedance Transmission Lines: Theoretical Analysis and Experimental Validation”, *Transactions on Microwave Theory and Techniques*, jun. 2020, manuscript no publicat.
- [Key19] Keysight Technologies, “Basics of Measuring the Dielectric Properties of Materials”, *Keysight Application Notes*, pag. 34, mar. 2019.
- [ME20] Jonathan Muñoz-Enano, Paris Vélez, Marta Gil, Ferran Martín, “Planar Microwave Resonant Sensors: A Review and Recent Developments”, *Applied Sciences*, Vol. 10, nº 7, pags. 2615, apr. 2020.
- [Poz11] David M. Pozar, *Microwave Engineering*, John Wiley & Sons Inc, Hoboken, NJ, edición: 4th ed., nov. 2011.
- [Sae12] Kashif Saeed, Muhammad F., Matthew B., Ian C., “Planar Microwave Sensors for Complex Permittivity Characterization of Materials and Their Applications”, Md. Zahurul Haq (ed.), *Applied Measurement Systems*, InTech, feb. 2012.
- [Ste13] Michael Steer, *Microwave and RF Design: A Systems Approach*, Scitech Publishing, Edison, NJ, edición: 2 ed., 2013.

Capítol 8

Annex

8.1 Càlcul exacte de la sensibilitat

La variació de la constant dielèctrica del material de test ε_{MUT} modifica la fase de la línia ϕ_s , com s'ha analitzat en el treball, però també modifica la impedància característica Z_S . Per tant l'expressió de la sensibilitat de la fase del coeficient de reflexió respecte ε_{MUT} seria com la que es troba a l'equació 8.1.

$$S = \frac{d\phi_\rho}{d\varepsilon_{MUT}} = \frac{d\phi_\rho}{d\phi_S} \cdot \frac{d\phi_S}{d\varepsilon_{MUT}} + \frac{d\phi_\rho}{dz_S} \cdot \frac{dz_S}{d\varepsilon_{MUT}} \quad (8.1)$$

on els termes de la dreta venen definits a 8.2 i 8.3 per a una implementació en microstrip.

$$\frac{d\phi_\rho}{dZ_S} = \frac{2}{1 + \left(\frac{Z_S}{Z_0}\right)^2 \cot^2 \phi_S} \cdot \frac{\cot \phi_S}{Z_0} \quad (8.2)$$

$$\frac{dZ_S}{d\varepsilon_{MUT}} = \frac{dZ_S}{d\varepsilon_{eff}} \frac{d\varepsilon_{eff}}{d\varepsilon_{MUT}} = -\frac{Z_S}{4\varepsilon_{eff}}(1 - F) \quad (8.3)$$

Ajuntant els termes trobats a 4.14, 4.56, 8.2 i a 8.3, i substituint a 8.1 obtenim L'equació 8.4 que defineix la sensibilitat teòrica d'un sensor amb una línia de sensat amb una ε_{MUT}

$$S = -\frac{Z_S(1 - F)}{2Z_0\varepsilon_{eff}} \cdot \frac{\phi_S \sin^{-2} \phi_S + \cot \phi_S}{1 + \left(\frac{Z_S}{Z_0}\right)^2 \cot^2 \phi_S} \quad (8.4)$$

Segons l'anàlisi que es fa en l'annex A1 a la referència [Ena20] es demostra que per a fases de línia $\phi_S = (2n + 1) \cdot \pi/2$ i $\phi_S = n \cdot \pi$ el terme suma de la dreta de l'equació 8.1 es fa 0 i per tant l'equació presentada al cos del treball coincideix només quan la fase pren els valors comentats. Podem dir que es fa 0 ja que a l'expressió 8.2 hi ha un terme $\cot \phi_S$ al numerador que es fa nul quan $\phi_S = (2n + 1) \cdot \pi/2$. En el cas on $\phi_S = n \cdot \pi$ s'observa que hi ha un terme $\cot^2 \phi_S$ al denominador, si s'analitza el límit a $\phi_S = n \cdot \pi$ es conclou que l'expressió 8.2 també és 0. ç Amb l'equació 8.4 s'han generat els valors teòrics per la validació dels sensors.

8.2 Obtenció de dimensions físiques i gràfiques dels valors teòrics

A continuació s'inclou l'script de MATLAB per obtenir els valors teòrics d'aquest treball:

```
syms W_s h Z_0 Z_s__h Z_s__l w l_s c epsilon_r epsilon_MUT  
S_phi_s__h = -2*Z_s__h/Z_0
```

$$S_{\phi_s_1} = -2Z_0/Z_{s_1}$$

$$Z_{1_1} = Z_{s_1}$$

$$S_{\phi_{s1h}} = -2Z_0 Z_{sh} / Z_{1l}^2$$

$$Z_{1_h} = Z_{s_h}$$

$$S_{\phi_{s_h_1}} = -2*Z_{1_h}^2/(Z_{s_1}*Z_{\theta})$$

```
%S_phi_s__h__l = -2*Z_s__h_calc^2/(Z_s__l_calc*Z_0)
Gain_h = vpa(subs(S_phi_s__h, [Z_0 Z_s__h], [50 85]))
```

```
Gain_1 = vpa(subs(S_phi_s__1, [Z_0 Z_s__1], [50 15]))
```

```
Gain_h_l = vpa(subs(S_phi_s_h_l, [Z_0 Z_s_h Z_s_l], [50 85 15]))
```

```
Gain_h_l = -19.266666666666666666666666666667
```

```
Gain_l_h = vpa(subs(S_phi_s__l_h, [Z_0 Z_s__h Z_s__l], [50 85 15]))
```

```
Gain_l_h = -37.777777777777777777777777777778
```

Operacions per determinar les constants dielèctriques efectives dels elements

```
F__h = (1 + 12*h/W_s)^(-1/2) + 0.04*(1-W_s/h)^2
```

$$F_h = \frac{\left(\frac{W_s}{h} - 1\right)^2}{25} + \frac{1}{\sqrt{\frac{12h}{W_s} + 1}}$$

```
epsilon_eff__h = (epsilon_r+epsilon_MUT)/2 + (epsilon_r-epsilon_MUT)/2 * F__h
```

$$\epsilon_{eff_h} = \frac{\epsilon_r + \epsilon_{MUT}}{2} + \left(\frac{\left(\frac{W_s}{h} - 1\right)^2}{25} + \frac{1}{\sqrt{\frac{12h}{W_s} + 1}} \right) \left(\frac{\epsilon_r - \epsilon_{MUT}}{2} \right)$$

```
F__l = (1 + (12*h)/W_s)^(-1/2)
```

$$F_l = \frac{1}{\sqrt{\frac{12h}{W_s} + 1}}$$

```
epsilon_eff__l = (epsilon_r+epsilon_MUT)/2 + ((epsilon_r-epsilon_MUT)/2) * F__l
```

$$\epsilon_{eff_l} = \frac{\epsilon_r + \epsilon_{MUT}}{2} + \frac{\frac{\epsilon_r - \epsilon_{MUT}}{2}}{\sqrt{\frac{12h}{W_s} + 1}}$$

Càlcul de les impedàncies

```
Z_s__l_calc = (120*pi)/(sqrt(epsilon_eff__l)*(W_s/h+1.393+0.0667*log(W_s/h+1.44)))
```

```
Z_s__l_calc =
```

$$\frac{120 \pi}{\sqrt{\frac{\epsilon_r}{2} + \frac{\epsilon_{MUT}}{2} + \frac{\frac{\epsilon_r - \epsilon_{MUT}}{2}}{\sqrt{\frac{12h}{W_s} + 1}} \left(\frac{667 \log\left(\frac{W_s}{h} + \frac{36}{25}\right)}{10000} + \frac{W_s}{h} + \frac{1393}{1000} \right)}}$$

```
Z_s__h_calc = 60/(sqrt(epsilon_eff_h))*log(8*h/W_s+W_s/4*h)
```

$$Z_{s_h_calc} = \frac{60 \log\left(\frac{W_s h}{4} + \frac{8 h}{W_s}\right)}{\sqrt{\frac{\epsilon_r}{2} + \frac{\epsilon_{MUT}}{2} + \left(\frac{\left(\frac{W_s}{h} - 1\right)^2}{25} + \frac{1}{\sqrt{\frac{12h}{W_s} + 1}}\right) \left(\frac{\epsilon_r}{2} - \frac{\epsilon_{MUT}}{2}\right)}}$$

Determinar les amplades de línia per a cada sensor per a obtenir les impedàncies desitjades

```
W_s_90_Air = 0.2872*10^-3
```

```
W_s_90_Air = 2.8720e-04
```

```
W_s_90_R04003 = 0.2175*10^-3
```

```
W_s_90_R04003 = 2.1750e-04
```

```
W_s_180_Air = 9.05*10^-3
```

```
W_s_180_Air = 0.0091
```

```
W_s_180_R04003 =8.76*10^-3
```

```
W_s_180_R04003 = 0.0088
```

```
vpa(subs(Z_s__h_calc, [W_s h epsilon_r epsilon_MUT], [W_s_90_Air 1.27*10^-3
10.2 1]))
```

```
ans =
85.003367565802418200492603226109
```

```
vpa(subs(Z_s__h_calc, [W_s h epsilon_r epsilon_MUT], [W_s_90_R04003
1.27*10^-3 10.2 3.55]))
```

```
ans =
85.010976673016157236498115270033
```

```
vpa(subs(Z_s__l_calc, [W_s h epsilon_r epsilon_MUT], [W_s_180_Air 1.27*10^-
3 10.2 1]))
```

```
ans =
```


15.009258283015491423477297710112

```
vpa(subs(Z_s__l_calc, [W_s h epsilon_r epsilon_MUT], [W_s_180_RO4003
1.27*10^-3 10.2 3.55]))
```

ans =
15.000168795229459537344751423675

Due to the appendix A of the paper this analysis is true when the optimum phase condition are true i.e. $\phi = (2n+1)\pi/2$ or $\phi = n\pi$ and this is only true when the material under test has a permittivity close to $\epsilon_{MUT} = 1$, because there aren't easy ways to modify the dielectric constant of the air in a controlled manner. To overcome this problem a recalculation of the length of the sensing line is proposed taking into account that over the sensor an element with a certain dielectric constant is present, in this case an uncoated Rogers RO4003C substrate plane. ($\epsilon_r = 3.55$)

Càlcul de les longituds físiques de les línies tenint en compte la constant dielèctrica del MUT:

```
syms phi f
l_s_var__l = phi/(sqrt(epsilon_eff__l)*f*360/c)
```

$$l_{s_var_l} = \frac{c \phi}{360 f \sqrt{\frac{\epsilon_r + \epsilon_{MUT}}{2} + \frac{\frac{\epsilon_r - \epsilon_{MUT}}{2}}{\sqrt{\frac{12h}{W_s} + 1}}}}$$

```
l_s_var__h = phi/(sqrt(epsilon_eff__h)*f*360/c)
```

$$l_{s_var_h} = \frac{c \phi}{360 f \sqrt{\frac{\epsilon_r + \epsilon_{MUT}}{2} + \left(\frac{\left(\frac{W_s}{h} - 1 \right)^2}{25} + \frac{1}{\sqrt{\frac{12h}{W_s} + 1}} \right) \left(\frac{\epsilon_r - \epsilon_{MUT}}{2} \right)}}$$

```
l_s_90_Air = vpa(subs(l_s_var__h, [phi W_s h f epsilon_r c epsilon_MUT],[90
W_s_90_Air 1.27*10^-3 2*10^9 10.2 3*10^8 1]))
```

l_s_90_Air =
0.014898088891169861612698151753637

```
l_s_90_RO4003 = vpa(subs(l_s_var__h, [phi W_s h f epsilon_r c
epsilon_MUT],[90 W_s_90_RO4003 1.27*10^-3 2*10^9 10.2 3*10^8 3.55]))
```

l_s_90_RO4003 =
0.013821970566897677880000699931625

```
l_s_180_Air = vpa(subs(l_s_var__1, [phi W_s h f epsilon_r c
epsilon_MUT],[180 W_s_180_Air 1.27*10^-3 2*10^9 10.2 3*10^8 1]))
```

```
l_s_180_Air =
0.025865430481449937185482749512388
```

```
l_s_180_R04003 = vpa(subs(l_s_var__1, [phi W_s h f epsilon_r c
epsilon_MUT],[180 W_s_180_R04003 1.27*10^-3 2*10^9 10.2 3*10^8 3.55]))
```

```
l_s_180_R04003 =
0.02516295962377168543261673680994
```

Càlcul de la sensibilitat respecte la epsilon_eff

```
phi_s__h = (w*l_s)/c*sqrt(epsilon_eff__h)
```

```
phi_s__h =
```

$$l_s w \frac{\sqrt{\frac{\epsilon_r}{2} + \frac{\epsilon_{MUT}}{2} + \left(\frac{\left(\frac{W_s}{h} - 1 \right)^2}{25} + \frac{1}{\sqrt{\frac{12h}{W_s} + 1}} \right) \left(\frac{\epsilon_r}{2} - \frac{\epsilon_{MUT}}{2} \right)}}{c}$$

```
phi_s__l = (w*l_s)/c*sqrt(epsilon_eff__l)
```

```
phi_s__l =
```

$$l_s w \frac{\sqrt{\frac{\epsilon_r}{2} + \frac{\epsilon_{MUT}}{2} + \frac{\frac{\epsilon_r}{2} - \frac{\epsilon_{MUT}}{2}}{\sqrt{\frac{12h}{W_s} + 1}}}}{c}$$

Càlcul de sensibilitats

Sensitivity including the Striped Impedance (Case 90, high, single)

```
S= -(Z_s__h_calc*(1-
F__h))/(2*Z_0*epsilon_eff__h)*(phi_s__h*sind(phi_s__h)^(-2)+
cotd(phi_s__h))/(1+(Z_s__h_calc/Z_0)^2*cotd(phi_s__h)^2)
```

```
S =
```

$$\frac{30 \sigma_1 \left(\sigma_2 + \frac{l_s w \sqrt{\sigma_3}}{c \sin\left(\frac{\pi l_s w \sqrt{\sigma_3}}{180 c}\right)^2} \right) \left(\frac{\left(\frac{W_s}{h} - 1\right)^2}{25} + \frac{1}{\sqrt{\frac{12 h}{W_s} + 1}} - 1 \right)}{Z_0 \left(\frac{3600 \sigma_1^2 \sigma_2^2}{Z_0^2 \sigma_3} + 1 \right) \sigma_3^{3/2}}$$

where

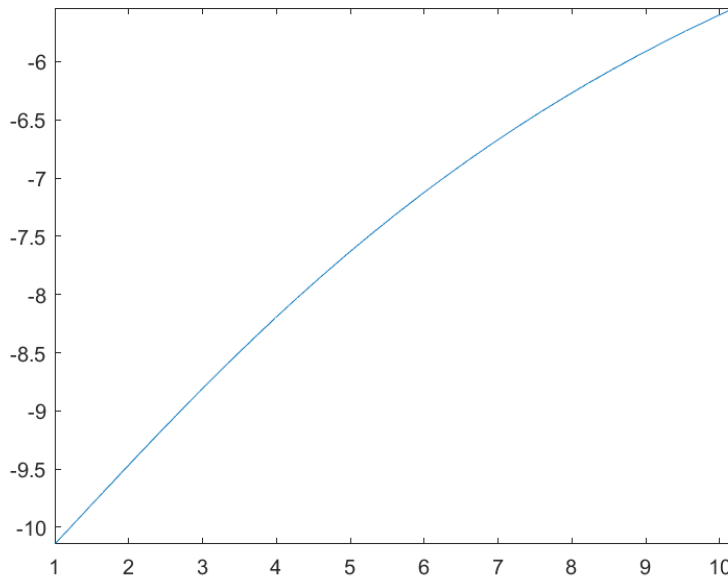
$$\sigma_1 = \log\left(\frac{W_s h}{4} + \frac{8 h}{W_s}\right)$$

$$\sigma_2 = \cot\left(\frac{\pi l_s w \sqrt{\sigma_3}}{180 c}\right)$$

$$\sigma_3 = \frac{\varepsilon_r}{2} + \frac{\varepsilon_{\text{MUT}}}{2} + \left(\frac{\left(\frac{W_s}{h} - 1\right)^2}{25} + \frac{1}{\sqrt{\frac{12 h}{W_s} + 1}} \right) \left(\frac{\varepsilon_r}{2} - \frac{\varepsilon_{\text{MUT}}}{2} \right)$$

Air:

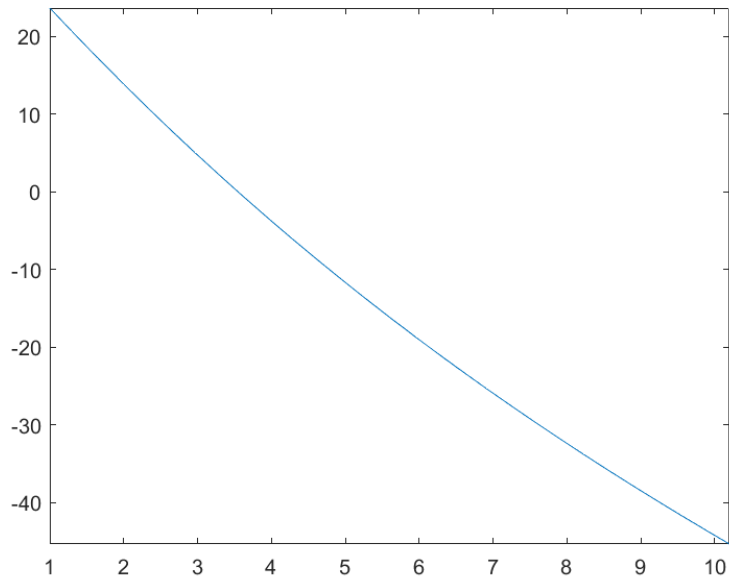
```
fplot(epsilon_MUT, subs(S,[1_s W_s h Z_0 Z_s__h w epsilon_r c],[1_s_90_Air
W_s_90_Air 1.27*10^-3 50 85 360*2*10^9 10.2 3*10^8]), [1 10.2])
```



```
offset = vpa(int(subs(S,[1_s W_s h Z_0 Z_s__h w epsilon_r c],[1_s_90_Air
W_s_90_Air 1.27*10^-3 50 85 360*2*10^9 10.2 3*10^8]), epsilon_MUT, 0, 3.55))
```

offset = -34.164340508481037133159490300637

```
fplot(epsilon_MUT, int(subs(S,[l_s W_s h Z_0 Z_s__h w epsilon_r
c],[l_s_90_Air W_s_90_Air 1.27*10^-3 50 85 360*2*10^9 10.2 3*10^8])),
epsilon_MUT)-offset, [1 10.2])%, 1, 10)
```



epsilon = 1 =>

```
vpa(subs(S,[l_s W_s h Z_0 Z_s__h w epsilon_r c epsilon_MUT],[l_s_90_Air
W_s_90_Air 1.27*10^-3 50 85 360*2*10^9 10.2 3*10^8 1]))
```

ans = -10.143295287118577153053447984685

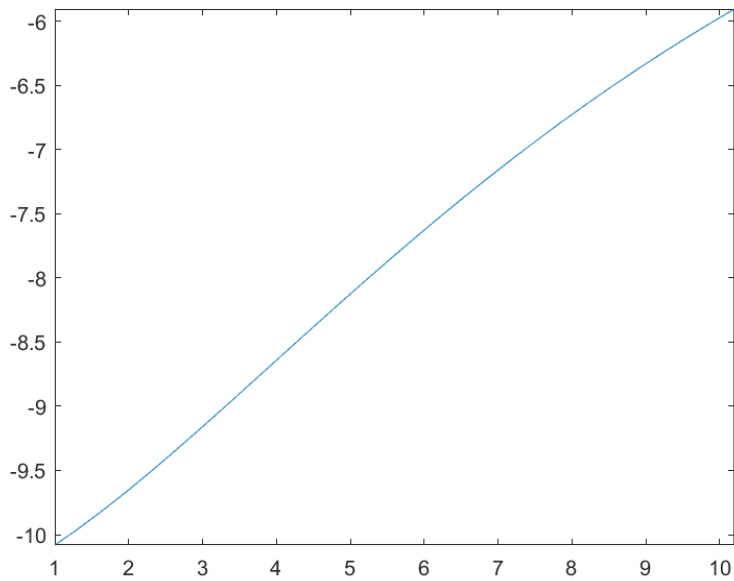
epsilon = 3.55 =>

```
vpa(subs(S,[l_s W_s h Z_0 Z_s__h w epsilon_r c epsilon_MUT],[l_s_90_Air
W_s_90_Air 1.27*10^-3 50 85 360*2*10^9 10.2 3*10^8 3.55]))
```

ans = -8.4635393770879258997015108650971

RO4003C:

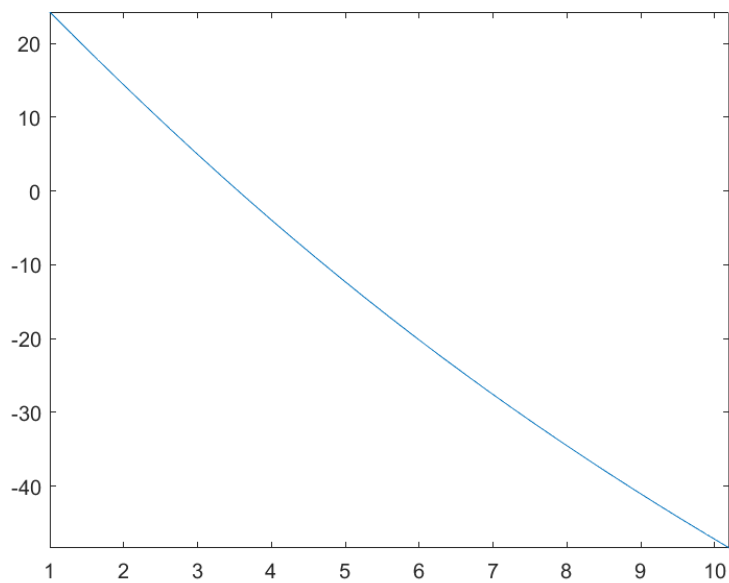
```
fplot(epsilon_MUT, subs(S,[l_s W_s h Z_0 Z_s__h w epsilon_r
c],[l_s_90_RO4003 W_s_90_RO4003 1.27*10^-3 50 85 360*2*10^9 10.2 3*10^8])),
[1 10.2])
```



```
offset = vpa(int(subs(S,[l_s W_s h Z_0 Z_s__h w epsilon_r c],[l_s_90_R04003
W_s_90_R04003 1.27*10^-3 50 85 360*2*10^9 10.2 3*10^8]), epsilon_MUT, 0,
3.55))
```

```
offset = -34.495505734557296413573988338251
```

```
fplot(epsilon_MUT, int(subs(S,[l_s W_s h Z_0 Z_s__h w epsilon_r
c],[l_s_90_R04003 W_s_90_R04003 1.27*10^-3 50 85 360*2*10^9 10.2 3*10^8]),
epsilon_MUT)-offset, [1 10.2])
```



epsilon = 1 =>

```
vpa(subs(S,[l_s W_s h Z_0 Z_s__h w epsilon_r c epsilon_MUT],[l_s_90_R04003
W_s_90_R04003 1.27*10^-3 50 85 360*2*10^9 10.2 3*10^8 1]))
```

ans = -10.081119015291555401281198864032

epsilon = 3.55 =>

```
vpa(subs(S,[l_s W_s h Z_0 Z_s__h w epsilon_r c epsilon_MUT],[l_s_90_R04003
W_s_90_R04003 1.27*10^-3 50 85 360*2*10^9 10.2 3*10^8 3.55]))
```

ans = -8.875758801994591881726933128637

Sensitivity including the Striped Impedance (Case 180, low, single)

```
S= -(Z_s__l_calc*(1-
F__l))/(2*Z_0*epsilon_eff__l)*(phi_s__l*sind(phi_s__l)^(-2)+
cotd(phi_s__l))/(1+(Z_s__l_calc/Z_0)^2*cotd(phi_s__l)^2)
```

S =

$$S = \frac{60 \pi \left(\frac{1}{\sqrt{\frac{12h}{W_s} + 1}} - 1 \right) \left(\sigma_2 + \frac{l_s w \sqrt{\sigma_3}}{c \sin\left(\frac{\pi l_s w \sqrt{\sigma_3}}{180 c}\right)^2} \right)}{Z_0 \left(\frac{14400 \pi^2 \sigma_2^2}{Z_0^2 \sigma_3 \sigma_1^2} + 1 \right) \sigma_3^{3/2} \sigma_1}$$

where

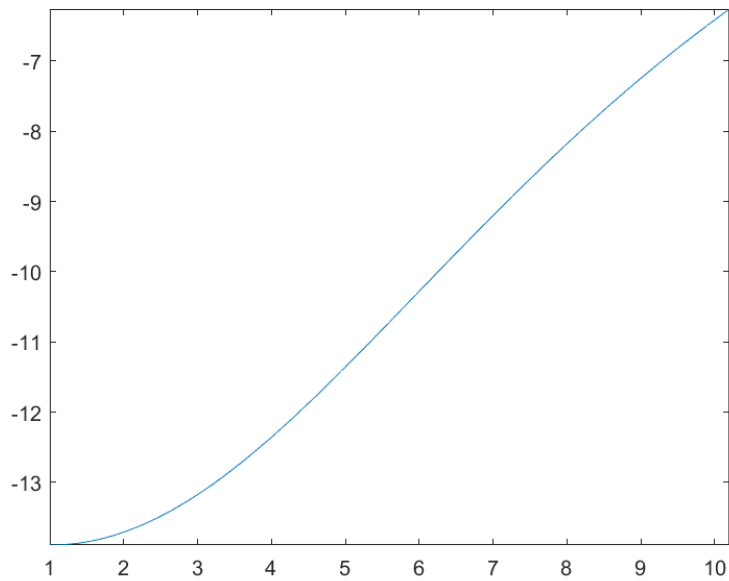
$$\sigma_1 = \frac{667 \log\left(\frac{W_s}{h} + \frac{36}{25}\right)}{10000} + \frac{W_s}{h} + \frac{1393}{1000}$$

$$\sigma_2 = \cot\left(\frac{\pi l_s w \sqrt{\sigma_3}}{180 c}\right)$$

$$\sigma_3 = \frac{\epsilon_r}{2} + \frac{\epsilon_{MUT}}{2} + \frac{\frac{\epsilon_r}{2} - \frac{\epsilon_{MUT}}{2}}{\sqrt{\frac{12h}{W_s} + 1}}$$

Air:

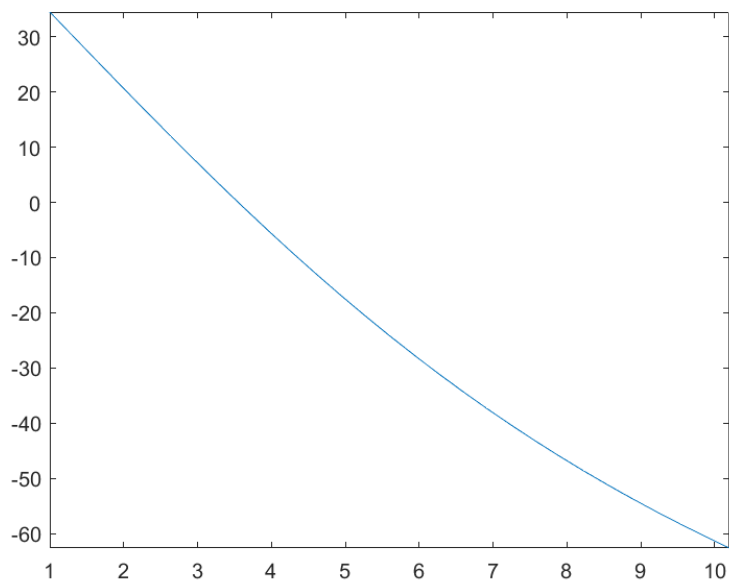
```
fplot(epsilon_MUT, subs(S,[l_s W_s h Z_0 Z_s__l w epsilon_r c],[l_s_180_Air
W_s_180_Air 1.27*10^-3 50 15 360*2*10^9 10.2 3*10^8]), [1 10.2])
```



```
offset = vpa(int(subs(S,[l_s W_s h Z_0 Z_s__h w epsilon_r c],[l_s_180_Air
W_s_180_Air 1.27*10^-3 50 85 360*2*10^9 10.2 3*10^8]), epsilon_MUT, 0,
3.55))
```

```
offset = -48.267493151574158551965151857021
```

```
fplot(epsilon_MUT, int(subs(S,[l_s W_s h Z_0 Z_s__h w epsilon_r
c],[l_s_180_Air W_s_180_Air 1.27*10^-3 50 85 360*2*10^9 10.2 3*10^8]),
epsilon_MUT)-offset, [1 10.2])
```



epsilon = 1 =>

```
vpa(subs(S,[l_s W_s h Z_0 Z_s__l w epsilon_r c epsilon_MUT],[l_s_180_Air  
W_s_180_Air 1.27*10^-3 50 15 360*2*10^9 10.2 3*10^8 1]))
```

ans = -13.89297906313963882012381744813

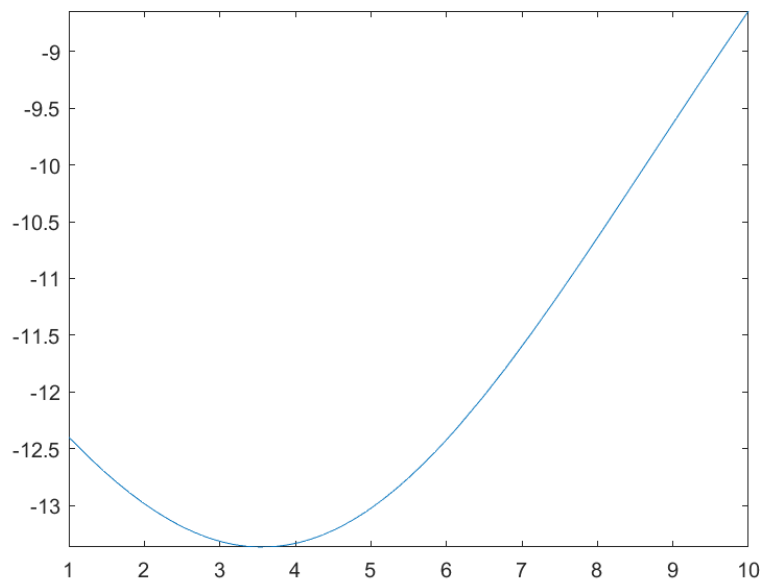
epsilon = 3.55 =>

```
vpa(subs(S,[l_s W_s h Z_0 Z_s__l w epsilon_r c epsilon_MUT],[l_s_180_Air  
W_s_180_Air 1.27*10^-3 50 15 360*2*10^9 10.2 3*10^8 3.55]))
```

ans = -12.755336272563634729141193771963

RO4003C:

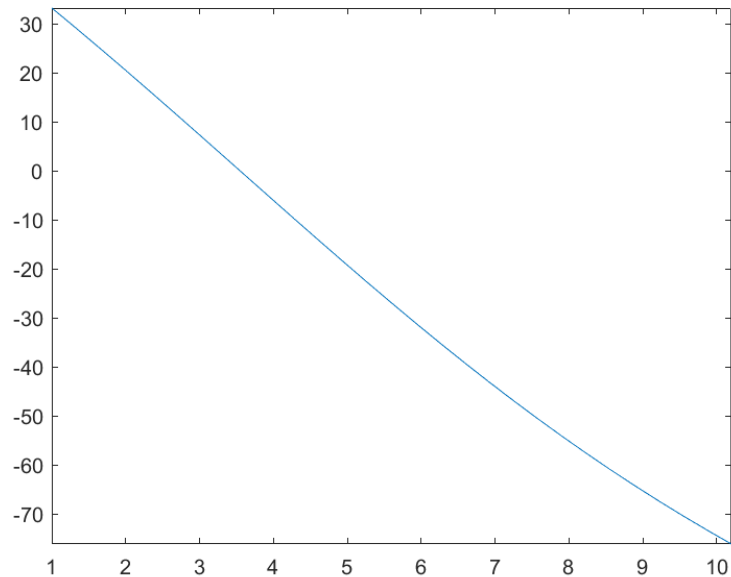
```
fplot(epsilon_MUT, subs(S,[l_s W_s h Z_0 Z_s__l w epsilon_r  
c],[l_s_180_RO4003 W_s_180_RO4003 1.27*10^-3 50 15 360*2*10^9 10.2 3*10^8]),  
[1 10])
```



```
offset = vpa(int(subs(S,[l_s W_s h Z_0 Z_s__h w epsilon_r  
c],[l_s_180_RO4003 W_s_180_RO4003 1.27*10^-3 50 85 360*2*10^9 10.2 3*10^8]),  
epsilon_MUT, 0, 3.55))
```

offset = -45.258435185079578704023805654291


```
fplot(epsilon_MUT, int(subs(S,[l_s W_s h Z_0 Z_s__h w epsilon_r
c],[l_s_180_R04003 W_s_180_R04003 1.27*10^-3 50 85 360*2*10^9 10.2 3*10^8])),
epsilon_MUT)-offset, [1 10.2])
```



epsilon = 1 =>

```
vpa(subs(S,[l_s W_s h Z_0 Z_s__l w epsilon_r c epsilon_MUT],[l_s_180_R04003
W_s_180_R04003 1.27*10^-3 50 15 360*2*10^9 10.2 3*10^8 1]))
```

ans = -12.399446049933882117241558579996

epsilon = 3.55 =>

```
vpa(subs(S,[l_s W_s h Z_0 Z_s__l w epsilon_r c epsilon_MUT],[l_s_180_R04003
W_s_180_R04003 1.27*10^-3 50 15 360*2*10^9 10.2 3*10^8 3.55]))
```

ans = -13.367352777875415905485055059422

Sensitivity including the Striped Impedance (Case 90, low high, Stepped)

```
S = S_phi_s__l__h * diff(phi_s__h, epsilon_MUT)
```

S =

$$\frac{Z_0 Z_s^h l_s w \left(\frac{\left(\frac{W_s}{h} - 1 \right)^2}{50} + \frac{1}{2 \sqrt{\frac{12h}{W_s} + 1}} - \frac{1}{2} \right)}{Z_s^2 c \sqrt{\frac{\epsilon_r}{2} + \frac{\epsilon_{MUT}}{2} + \left(\frac{\left(\frac{W_s}{h} - 1 \right)^2}{25} + \frac{1}{\sqrt{\frac{12h}{W_s} + 1}} \right) \left(\frac{\epsilon_r}{2} - \frac{\epsilon_{MUT}}{2} \right)}}$$

Air:

epsilon = 1 =>

```
vpa(subs(S,[l_s W_s h Z_0 Z_s__h Z_s__l w epsilon_r c
epsilon_MUT],[l_s_90_Air W_s_90_Air 1.27*10^-3 50 85 15 360*2*10^9 10.2
3*10^8 1]))
```

ans = -112.6988160188218611190332339569

epsilon = 3.55 =>

```
vpa(subs(S,[l_s W_s h Z_0 Z_s__h Z_s__l w epsilon_r c
epsilon_MUT],[l_s_90_Air W_s_90_Air 1.27*10^-3 50 85 15 360*2*10^9 10.2
3*10^8 3.55]))
```

ans = -104.23249661262581971254849979873

RO4003C:

epsilon = 1 =>

```
vpa(subs(S,[l_s W_s h Z_0 Z_s__h Z_s__l w epsilon_r c
epsilon_MUT],[l_s_90_RO4003 W_s_90_RO4003 1.27*10^-3 50 85 15 360*2*10^9
10.2 3*10^8 1]))
```

ans = -106.8228651654439563738194523896

epsilon = 3.55 =>

```
vpa(subs(S,[l_s W_s h Z_0 Z_s__h Z_s__l w epsilon_r c
epsilon_MUT],[l_s_90_RO4003 W_s_90_RO4003 1.27*10^-3 50 85 15 360*2*10^9
10.2 3*10^8 3.55]))
```

ans = -98.606808424463857788571520326026

Sensitivity including the Stepped Impedance (Case 180,high low, Stepped Impedance)

```
S = S_phi_s__h__l * diff(phi_s__l, epsilon_MUT)
```

$$S = \frac{Z_s^{h^2} l_s w \left(\frac{1}{2 \sqrt{\frac{12h}{W_s} + 1}} - \frac{1}{2} \right)}{Z_0 Z_s^l c \sqrt{\frac{\epsilon_r}{2} + \frac{\epsilon_{MUT}}{2} + \frac{\frac{\epsilon_r}{2} - \frac{\epsilon_{MUT}}{2}}{\sqrt{\frac{12h}{W_s} + 1}}}}$$

Air:

epsilon = 1 =>

```
vpa(subs(S,[l_s W_s h Z_0 Z_s__h Z_s__l w epsilon_r c
epsilon_MUT],[l_s_180_Air W_s_180_Air 1.27*10^-3 50 85 15 360*2*10^9 10.2
3*10^8 1]))
```

ans = -40.175491267923829403283615618605

epsilon = 3.55 =>

```
vpa(subs(S,[l_s W_s h Z_0 Z_s__h Z_s__l w epsilon_r c
epsilon_MUT],[l_s_180_Air W_s_180_Air 1.27*10^-3 50 85 15 360*2*10^9 10.2
3*10^8 3.55]))
```

ans = -39.038802161756659148987458284849

RO4003C:

epsilon = 1 =>

```
vpa(subs(S,[l_s W_s h Z_0 Z_s__h Z_s__l w epsilon_r c
epsilon_MUT],[l_s_180_RO4003 W_s_180_RO4003 1.27*10^-3 50 85 15 360*2*10^9
10.2 3*10^8 1]))
```

ans = -39.778552956551096764669851348267

epsilon = 3.55 =>

```
vpa(subs(S,[l_s W_s h Z_0 Z_s__h Z_s__l w epsilon_r c
epsilon_MUT],[l_s_180_RO4003 W_s_180_RO4003 1.27*10^-3 50 85 15 360*2*10^9
10.2 3*10^8 3.55]))
```

ans = -38.632084250603051253996173522489